

- ▶ *"La douleur est une expérience sensorielle et émotionnelle désagréable associée à une lésion tissulaire réelle ou potentielle"* -  IASP

- ▶ *"La douleur est une expérience sensorielle et émotionnelle désagréable associée à une lésion tissulaire réelle ou potentielle"* -  IASP
- ▶ Douleurs chroniques : douleurs qui durent plus de 3 mois ([Treede et al., 2015](#)).

- ▶ *"La douleur est une expérience sensorielle et émotionnelle désagréable associée à une lésion tissulaire réelle ou potentielle"* -  IASP
- ▶ Douleurs chroniques : douleurs qui durent plus de 3 mois ([Treede et al., 2015](#)).
- ▶ Focus sur les lombo-radiculalgies post-opératoires.

- ▶ *"La douleur est une expérience sensorielle et émotionnelle désagréable associée à une lésion tissulaire réelle ou potentielle"* -  IASP
- ▶ Douleurs chroniques : douleurs qui durent plus de 3 mois ([Treede et al., 2015](#)).
- ▶ Focus sur les lombo-radiculalgies post-opératoires.
- ▶ Prévalence de 20,6% chez les patients opérés du rachis ([Inoue et al., 2017](#)).

Contexte clinique

- ▶ "La douleur est une expérience sensorielle et émotionnelle désagréable associée à une lésion tissulaire réelle ou potentielle" -  IASP
- ▶ Douleurs chroniques : douleurs qui durent plus de 3 mois (Treede *et al.*, 2015).
- ▶ Focus sur les lombo-radiculalgies post-opératoires.
- ▶ Prévalence de 20,6% chez les patients opérés du rachis (Inoue *et al.*, 2017).
- ▶ Complexe à évaluer et à traiter :



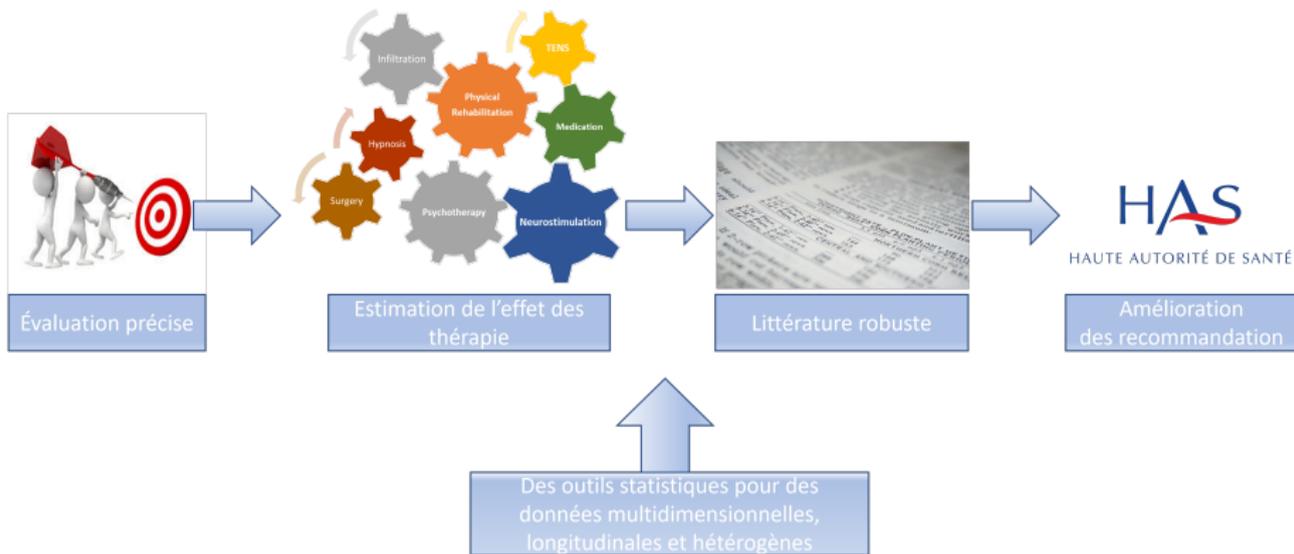
Multidimensionnelle



Évolutif dans le temps



Hétérogène



Pour analyser les associations entre les données longitudinales, plusieurs techniques de modélisation sont disponibles dans la littérature (Zhang, 2004).

Les deux techniques les plus utilisées sont :

- ▶ **Modèles à effets mixtes** (Gałdecki and Burzykowski, 2013) :

$$y_{ij} = x_{ij}(\beta + \mu_i) + \epsilon_{ij},$$

où i indexe les individus et j indexe les observations de l'individu i .
 $\mu_i \sim \mathcal{N}(0, \Omega)$ et $\epsilon_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Pour analyser les associations entre les données longitudinales, plusieurs techniques de modélisation sont disponibles.

Les deux techniques les plus utilisées sont :

- ▶ **Modèles à coefficients variables** (Hastie and Tibshirani, 1993) :

$$y_i(t_{ij}) = x_i(t_{ij})\beta(t_{ij}) + \epsilon(t_{ij}),$$

où $\beta(t)$ est une fonction lisse du temps et $\epsilon(t)$ est un processus stochastique avec une moyenne nulle et une fonction de variance $\sigma^2(t)$.

Ces deux approches ont des différences fondamentales :

| | Avantages | Inconvénients |
|---|---|--|
| $y_{ij} = x_{ij}(\beta + \mu_i) + \epsilon_{ij}$ | Estime la corrélation intra-patient | Ne prend pas en compte l'évolution temporelle |
| $y_i(t_{ij}) = x_i(t_{ij})\beta(t_{ij}) + \epsilon(t_{ij})$ | Génère des fonctions lisses représentant l'évolution des paramètres | Ne prend pas en compte les différences individuelles |

- ▶ Les deux modèles évoqués précédemment ne fonctionnent qu'avec des données homogènes.

Données de la douleur hétérogènes ?

Solution : Mélange de modèles (De Veaux, 1989; Huang *et al.*, 2018).

- ▶ Entrée : un échantillon issu de C populations inconnues dont chacune est modélisée par des paramètres (ou fonctions) différents.
- ▶ Sortie : les paramètres des C modèles et les C sous-échantillons.

Pour estimer ce type de modèle, l'algorithme le plus utilisé est l'algorithme EM (Dempster, Laird, and Rubin, 1977) et ses variantes.

- ▶ Identifier les différents sous-groupes de patients avec des douleurs chroniques post-opératoires basés sur l'impact des différentes dimensions de la douleur sur la qualité de vie.
 - ▶ Mélange de modèles à effets mixtes.

- ▶ Identifier les différents sous-groupes de patients avec des douleurs chroniques post-opératoires basés sur l'impact des différentes dimensions de la douleur sur la qualité de vie.
 - ▶ Mélange de modèles à effets mixtes.

- ▶ Évaluer l'évolution dans le temps de l'impact des différentes dimensions de la douleur sur la qualité de vie.
 - ▶ Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires.

- ▶ Identifier les différents sous-groupes de patients avec des douleurs chroniques post-opératoires basés sur l'impact des différentes dimensions de la douleur sur la qualité de vie.
 - ▶ Mélange de modèles à effets mixtes.

- ▶ Évaluer l'évolution dans le temps de l'impact des différentes dimensions de la douleur sur la qualité de vie.
 - ▶ Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires.

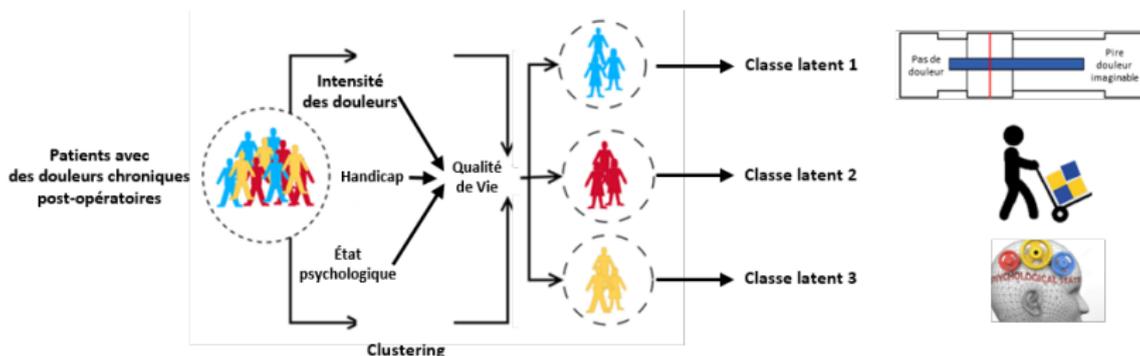
- ▶ Extraire des facteurs latents évaluant d'une manière globale l'état pour les différents groupes latents de patients.
 - ▶ Mélange de modèles d'analyse factorielle longitudinale.

Mélange de modèles à effets mixtes basé sur l'effet de l'intensité de la douleur, l'incapacité fonctionnelle et la détresse psychologique sur la qualité de vie des patients souffrant de douleurs chroniques après une chirurgie du rachis.

Ounajim, Amine *et al.* (Oct. 2021). "Finite Mixture Models Based on Pain Intensity, Functional Disability and Psychological Distress Composite Assessment Allow Identification of Two Distinct Classes of Persistent Spinal Pain Syndrome after Surgery Patients Related to Their Quality of Life". *eng. In: Journal of clinical medicine* 10.20, p. 4676. ISSN: 2077-0383. URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/34682799>.

Objectifs

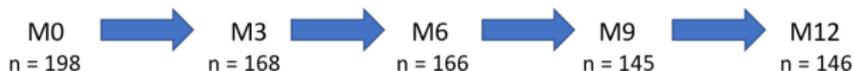
- ▶ Identifier les différents sous-groupes de patients impactés différemment par l'intensité de la douleur, l'incapacité fonctionnelle et la détresse psychologique.
- ▶ Caractériser ces sous-groupes à l'aide de facteurs cliniques, psychologiques et sociaux.





- ▶ Design : Étude prospective, observationnelle, multicentrique incluant 200 patients avec des lomboradiculalgies post-opératoire.
 - ▶ $n = 198$ patients analysables.

- ▶ Durée de suivi :



- ▶ Outcomes :

- ▶ Qualité de vie : EuroQol 5 Dimensions (EQ-5D).
- ▶ Intensité de la douleur : Numeric Pain Rating Scale (NPRS).
- ▶ Incapacité fonctionnelle : Oswestry Disability Index (ODI).
- ▶ Détresse psychologique : Hospital Anxiety and Depression Scale (HADS).

Méthodologie statistique :

- ▶ Mélange de régressions linéaires à effets mixtes (Proust and Jacqmin-Gadda, 2005) (bibliothèque lcm) :

$$y_{ij} = \beta_0 + \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{v_i=c\}} (\beta_c + \mu_{ic}) x_{ij} + \epsilon_{ij}.$$

Méthodologie statistique :

- ▶ Mélange de régressions linéaires à effets mixtes (Proust and Jacqmin-Gadda, 2005) (bibliothèque lcm) :

$$y_{ij} = \beta_0 + \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{v_i=c\}} (\beta_c + \mu_{ic}) x_{ij} + \epsilon_{ij}.$$

- ▶ Nombre de composantes dans le mélange :

$$BIC = -2\mathcal{L}\mathcal{L}(y; \theta) + k \log(N),$$

Méthodologie statistique :

- ▶ Mélange de régressions linéaires à effets mixtes (Proust and Jacqmin-Gadda, 2005) (bibliothèque lcm) :

$$y_{ij} = \beta_0 + \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{v_i=c\}} (\beta_c + \mu_{ic}) x_{ij} + \epsilon_{ij}.$$

- ▶ Nombre de composantes dans le mélange :

$$BIC = -2\mathcal{L}\mathcal{L}(y; \theta) + k \log(N),$$

- ▶ Régression logistique pour caractériser les groupes identifiés selon :
 - ▶ Score NPRS initial.
 - ▶ Score ODI initial.
 - ▶ Sexe.
 - ▶ Age.
 - ▶ Niveau d'étude.
 - ▶ Catastrophisation.
 - ▶ Pénibilité du travail.

Clustering de l'impact des dimensions de la douleur sur la qualité de vie

Modèle de classe 1

Modèle de classe 2

Qualité de vie affectée par :

| Variables | Class 1 model (n=136; 68.7%) | | Class 2 model (n=62; 31.3%) | |
|-----------------|---------------------------------|---------|--------------------------------|---------|
| | Standardized coefficient | p-value | Standardized Coefficient | p-value |
| ODI | -0.76 | <0.0001 | -0.11 | 0.23 |
| HADS depression | -0.19 | <0.0001 | -0.22 | 0.0001 |
| NPRS | 0.039 | 0.46 | -0.35 | <0.0001 |

Détresse psychologique
+
Handicap fonctionnel

Disability class

68.7%

Caractérisé par

- Un niveau d'éducation élevé
- Hommes ayant un travail physique
- Capable de réinterpréter la douleur
- Capable de détourner l'attention de la douleur

Détresse psychologique
+
Intensité de la douleur

Pain intensity class

31.3%

Caractérisé par

- une forte intensité de la douleur
- un score élevé de dépression
- un score élevé de catastrophisme

- ▶ La détresse psychologique est un facteur impactant la qualité de vie de tous les patients.

Conclusion du modèle 1

- ▶ La détresse psychologique est un facteur impactant la qualité de vie de tous les patients.
- ▶ Nous avons montré que les patients sont affectés différemment par les différentes dimensions de la douleur.

Conclusion du modèle 1

- ▶ La détresse psychologique est un facteur impactant la qualité de vie de tous les patients.
- ▶ Nous avons montré que les patients sont affectés différemment par les différentes dimensions de la douleur.
- ▶ Il est donc nécessaire de prendre en charge les patients en fonction du groupe auquel ils appartiennent.

Conclusion du modèle 1

- ▶ La détresse psychologique est un facteur impactant la qualité de vie de tous les patients.
- ▶ Nous avons montré que les patients sont affectés différemment par les différentes dimensions de la douleur.
- ▶ Il est donc nécessaire de prendre en charge les patients en fonction du groupe auquel ils appartiennent.

Est-ce que ces groupes évoluent avec le temps ?

Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires et application sur des données réelles et sur des données simulées

Wu and Liang (2004) ont proposé une méthode d'estimation pour le modèle :

$$Y_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\beta_i(t_{ij}) + e_i(t_{ij}),$$

- $\beta_i(t) = \beta(t) + \mu_i(t),$

Wu and Liang (2004) ont proposé une méthode d'estimation pour le modèle :

$$Y_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\beta_i(t_{ij}) + e_i(t_{ij}),$$

- $\beta_i(t) = \beta(t) + \mu_i(t)$,
- $\beta(t)$: une fonction lisse du temps.

Wu and Liang (2004) ont proposé une méthode d'estimation pour le modèle :

$$Y_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\beta_i(t_{ij}) + e_i(t_{ij}),$$

- $\beta_i(t) = \beta(t) + \mu_i(t)$,
- $\beta(t)$: une fonction lisse du temps.
- $\mu_i(t)$: un processus stochastique (dans L^2) avec une moyenne nulle et une fonction de covariance $\rho(t, s) = \text{cov}(\mu_i(t), \mu_i(s))$.

Wu and Liang (2004) ont proposé une méthode d'estimation pour le modèle :

$$Y_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\beta_i(t_{ij}) + e_i(t_{ij}),$$

- $\beta_i(t) = \beta(t) + \mu_i(t)$,
- $\beta(t)$: une fonction lisse du temps.
- $\mu_i(t)$: un processus stochastique (dans L^2) avec une moyenne nulle et une fonction de covariance $\rho(t, s) = \text{cov}(\mu_i(t), \mu_i(s))$.
- $e_i(t_{ij})$: un processus stochastique avec une moyenne nulle et une fonction de variance $\sigma^2(t)$.

Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires

Écriture du modèle

$$Y_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{z_i(t_{ij})=c\}} (X_i^T(t_{ij})\beta_i^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})),$$

- $z_i(t)$: un processus catégoriel dans $\{1, 2, \dots, C\}$ avec des probabilités $\{\pi_1(t), \dots, \pi_C(t)\}$.

Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires

Écriture du modèle

$$Y_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{z_i(t_{ij})=c\}} (X_i^T(t_{ij})\beta_i^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})),$$

- $z_i(t)$: un processus catégoriel dans $\{1, 2, \dots, C\}$ avec des probabilités $\{\pi_1(t), \dots, \pi_C(t)\}$.
- $\beta_i^c(t) = \beta^c(t) + \mu_i(t)$,

Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires

Écriture du modèle

$$Y_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{z_i(t_{ij})=c\}} (X_i^T(t_{ij})\beta_i^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})),$$

- $z_i(t)$: un processus catégoriel dans $\{1, 2, \dots, C\}$ avec des probabilités $\{\pi_1(t), \dots, \pi_C(t)\}$.
- $\beta_i^c(t) = \beta^c(t) + \mu_i(t)$,
- $\beta_c(t)$: une fonction lisse du temps.

Mélange de modèles à coefficients variables avec effets aléatoires

Écriture du modèle

$$Y_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{z_i(t_{ij})=c\}} (X_i^T(t_{ij})\beta_i^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})),$$

- $z_i(t)$: un processus catégoriel dans $\{1, 2, \dots, C\}$ avec des probabilités $\{\pi_1(t), \dots, \pi_C(t)\}$.
- $\beta_i^c(t) = \beta^c(t) + \mu_i(t)$,
- $\beta_c(t)$: une fonction lisse du temps.
- $e_i^c(t)$: un processus stochastique avec une moyenne 0 et une fonction de variance $\sigma^2(t)$.

Estimation non-paramétrique du modèle

- 1 Initialiser les paramètres $\theta = (\pi, \beta, \mu, \sigma)$

Estimation non-paramétrique du modèle

- 1 Initialiser les paramètres $\theta = (\pi, \beta, \mu, \sigma)$
- 2 Prendre $\bar{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - X_i(t_{ij})\mu_i(t_{ij})$. Effectuer une itération EM pour estimer les paramètres du modèle :

$$\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})). \quad (1)$$

Estimation non-paramétrique du modèle

- 1 Initialiser les paramètres $\theta = (\pi, \beta, \mu, \sigma)$
- 2 Prendre $\bar{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - X_i(t_{ij})\mu_i(t_{ij})$. Effectuer une itération EM pour estimer les paramètres du modèle :

$$\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})). \quad (1)$$

- 3 Prendre $\tilde{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}))$ où c est la classe permettant le meilleur ajustement au moment t_{ij} .

Estimation non-paramétrique du modèle

- 1 Initialiser les paramètres $\theta = (\pi, \beta, \mu, \sigma)$
- 2 Prendre $\bar{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - X_i(t_{ij})\mu_i(t_{ij})$. Effectuer une itération EM pour estimer les paramètres du modèle :

$$\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})). \quad (1)$$

- 3 Prendre $\tilde{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}))$ où c est la classe permettant le meilleur ajustement au moment t_{ij} .
- 4 Estimer $\hat{\mu}_i(t)$ du modèle :

$$\tilde{y}_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\mu_i(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij}). \quad (2)$$

Estimation non-paramétrique du modèle

- 1 Initialiser les paramètres $\theta = (\pi, \beta, \mu, \sigma)$
- 2 Prendre $\bar{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - X_i(t_{ij})\mu_i(t_{ij})$. Effectuer une itération EM pour estimer les paramètres du modèle :

$$\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij})). \quad (1)$$

- 3 Prendre $\tilde{y}_i(t_{ij}) = y_i(t_{ij}) - (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}))$ où c est la classe permettant le meilleur ajustement au moment t_{ij} .
- 4 Estimer $\hat{\mu}_i(t)$ du modèle :

$$\tilde{y}_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\mu_i(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij}). \quad (2)$$

- 5 Répéter les étapes 2, 3 et 4 jusqu'à convergence.

Estimation des paramètres du modèle à effets fixes (équation 1)

Le modèle : $\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C 1_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij}))$ peut être estimé en utilisant l'algorithme EM modifié décrit par [Huang et al. \(2018\)](#) :

E-step : Pour $i = 1, \dots, N$ et $c = 1, \dots, C$, calculer :

$$r_{ic} = \frac{\pi_c(t_i) \phi\{\bar{y}_i | x_i^T \beta_c(t_i), \sigma_c(t_i)\}}{\sum_{j=1}^C \pi_j(t_i) \phi\{\bar{y}_i | x_i^T \beta_j(t_i), \sigma_j(t_i)\}}.$$

Estimation des paramètres du modèle à effets fixes (équation 1)

Le modèle : $\bar{y}_i(t_{ij}) = \sum_{c=1}^C 1_{z_i(t_{ij})=c} (X_i^T(t_{ij})\beta^c(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij}))$ peut être estimé en utilisant l'algorithme EM modifié décrit par [Huang et al. \(2018\)](#) :

E-step : Pour $i = 1, \dots, N$ et $c = 1, \dots, C$, calculer :

$$r_{ic} = \frac{\pi_c(t_i) \phi\{\bar{y}_i | x_i^T \beta_c(t_i), \sigma_c(t_i)\}}{\sum_{j=1}^C \pi_j(t_i) \phi\{\bar{y}_i | x_i^T \beta_j(t_i), \sigma_j(t_i)\}}.$$

M-step : Pour $c = 1, \dots, C$, et t dans un ensemble de point, calculer :

$$\hat{\pi}_c(t) = \frac{\sum_{i=1}^N r_{ic} K_h(t_i - t)}{\sum_{i=1}^N K_h(t_i - t)},$$

et ensuite mettre à jour $\beta_c(t)$ et $\sigma_c(t)$ en maximisant :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^C r_{ic} \log[\phi\{\bar{y}_i | x_i^T \beta_c, \sigma_c\}] K_h(t_i - t)$$

Estimation des paramètres du modèle à effets aléatoires (équation 2)

En prenant $\mu_i(t) = \mu_{0i} + \mu_{1i}t$, le modèle

$$\tilde{y}_i(t_{ij}) = X_i^T(t_{ij})\mu_i(t_{ij}) + e_i^c(t_{ij}),$$

peut être estimé localement à l'aide des méthodes à noyaux en ajustant le modèle à effets mixtes pondérés :

$$K_h^{1/2}(t_{ij} - t)\tilde{y}_{ij} = K_h^{1/2}(t_{ij} - t)x_{ij}(\mu_{0i} + \mu_{1i}t_{ij}) + e_{ij}^c.$$

L'estimation finale de $\mu_i(t)$ est :

$$\hat{\mu}_i(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \mu_{0i} K_h(t_{ij} - t)}{\sum_{j=1}^{n_i} K_h(t_{ij} - t)} + t \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \mu_{1i} K_h(t_{ij} - t)}{\sum_{j=1}^{n_i} K_h(t_{ij} - t)},$$

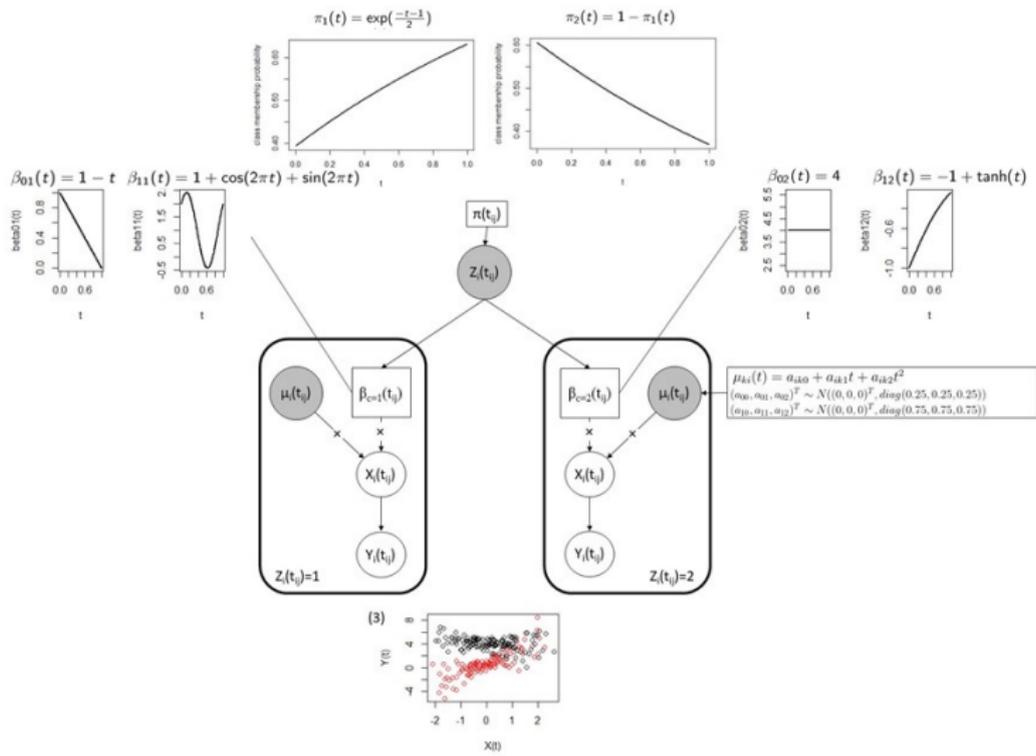
- Le choix du nombre de composantes dans le mélange :

$$BIC = -2 \log(\mathcal{L}) + (C(p+1)df_\beta + C-1) \log(N) + C(p+1)df_\mu \log(N_s),$$

avec :

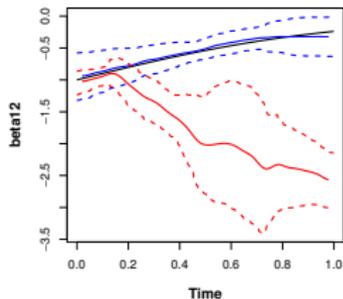
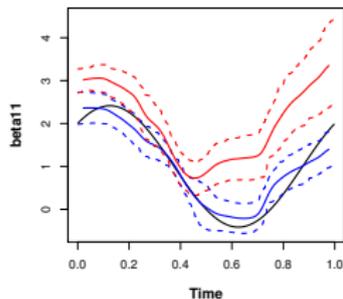
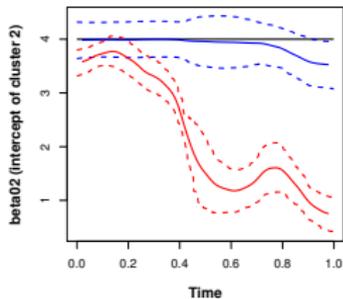
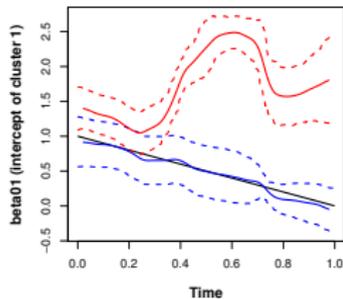
$$df_\beta = \frac{\tau_K}{h_f} |\Omega| (K(0) - \frac{1}{2} \int K^2(t) dt), \quad df_\mu = \frac{\tau_K}{h_r} |\Omega| (K(0) - \frac{1}{2} \int K^2(t) dt),$$
$$\tau_K = \frac{K(0) - \frac{1}{2} \int K^2(t) dt}{\int (K(t) - \frac{1}{2} K * K(t))^2 dt}.$$

Étude de simulation

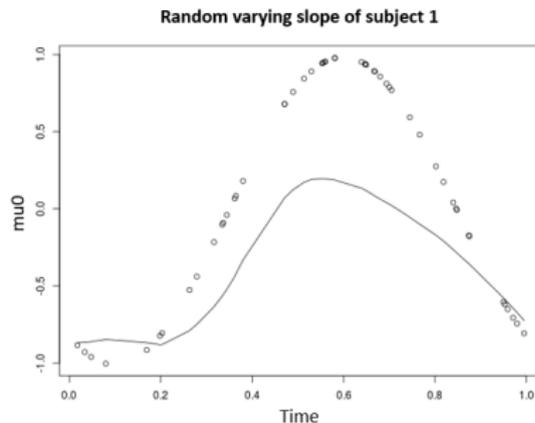
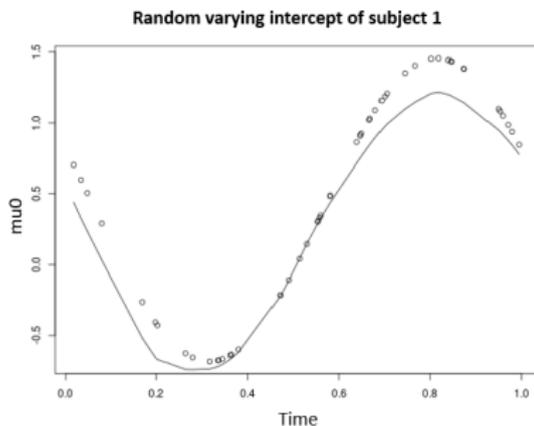


Résultats de la simulation avec $N=500$

- Mixture of varying coef models with random effect
- Mixture of varying coef models without random effect



Résultats de la simulation avec $N=500$

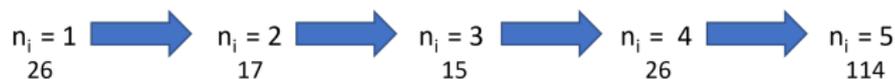


Minimal *BIC*

| | $C = 1$ | $C = 2$ | $C = 3$ | $C = 4$ | Total |
|------------------|---------|---------|---------|---------|-------|
| True model $C=1$ | 100% | 0% | 0% | 0% | 100 |
| True model $C=2$ | 8% | 86% | 6% | 0% | 100 |

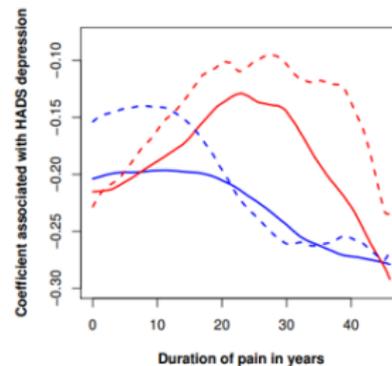
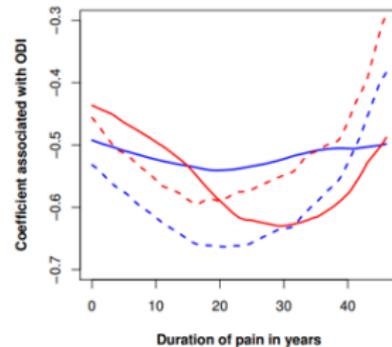
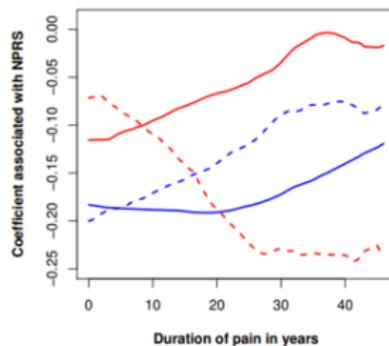
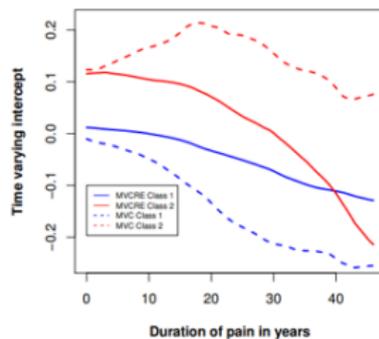
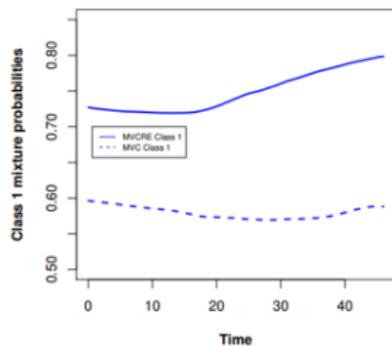


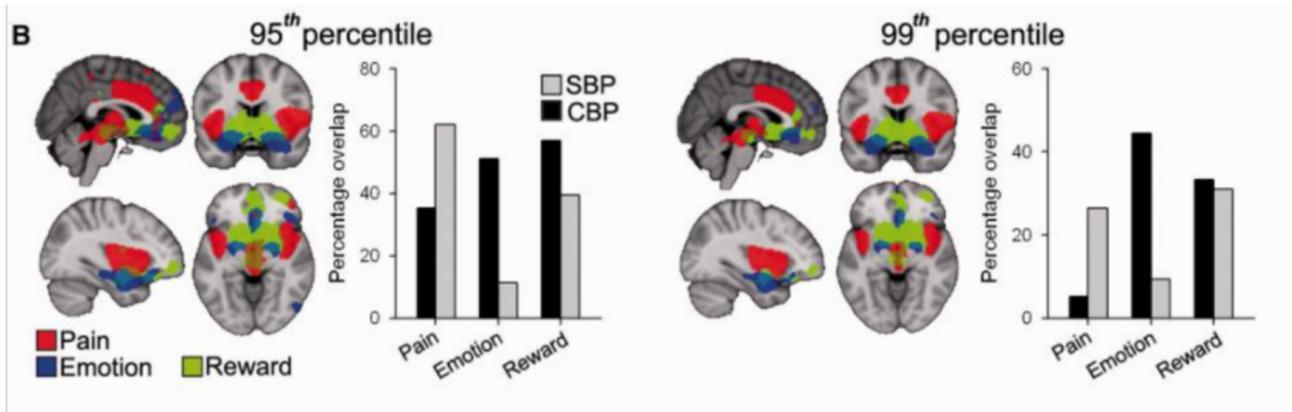
- ▶ $n = 198$ patients analysables.
- ▶ Nombre d'observations par patient :



- ▶ t_0 est la date d'apparition des douleurs.
- ▶ Outcomes :
 - ▶ Qualité de vie : EuroQol 5 Dimensions (EQ-5D).
 - ▶ Intensité de la douleur : Numeric Pain Rating Scale (NPRS).
 - ▶ Incapacité fonctionnelle : Oswestry Disability Index (ODI).
 - ▶ Détresse psychologique : Hospital Anxiety and Depression Scale (HADS).

Résultats sur données réelles





BRAIN



Les images cérébrales représentent des masques dérivés des cartographies ci-dessus à différents seuils (top 5% et top 1% des voxels) pour les cartes méta-analytiques de la douleur (rouge), de la récompense (vert) et des émotions (bleu) (Hashmi *et al.*, 2013).

Conclusion du modèle 2

- ▶ Le mélange proposé permet de modéliser les données longitudinales d'une manière flexible.
- ▶ Prendre en compte la dépendance intra-individuelle est important.
- ▶ Quand les effets sont de faible variabilité inter-individuelle, il est préférable d'utiliser le modèle de [Huang et al. \(2018\)](#).
- ▶ Estimation au noyaux → Polynôme de Bernstein, Splines,

Est-il possible de développer un outil permettant d'évaluer la douleur d'une manière multidimensionnelle et personnalisée ?

Mélange de modèles d'analyse factorielle longitudinale
et application à l'évaluation multidimensionnelle des douleurs
chroniques

Analyse factorielle longitudinale

Objectifs : Réduire J indicateurs/critères à un nombre plus petit K de scores latents évaluants des concepts plus globaux, en utilisant des données longitudinales.

Modèle d'analyse factorielle longitudinale s'écrit (An, Yang, and Bentler, 2013) :

$$y_{ijt} = \Lambda_j \eta_{it} + \epsilon_{ijt},$$

$$\eta_{ikt} = X_{ikt} \beta_k + Z_{ikt} \xi_{ik} + \omega_{ikt}.$$

Analyse factorielle longitudinale

Objectifs : Réduire J indicateurs/critères à un nombre plus petit K de scores latents évaluants des concepts plus globaux, en utilisant des données longitudinales.

Modèle d'analyse factorielle longitudinale s'écrit (An, Yang, and Bentler, 2013) :

$$y_{ijt} = \Lambda_j \eta_{it} + \epsilon_{ijt},$$

$$\eta_{ikt} = X_{ikt} \beta_k + Z_{ikt} \xi_{ik} + \omega_{ikt}.$$

- ▶ Λ_j : saturations factorielles associées à l'item j .

Objectifs : Réduire J indicateurs/critères à un nombre plus petit K de scores latents évaluant des concepts plus globaux, en utilisant des données longitudinales.

Modèle d'analyse factorielle longitudinale s'écrit (An, Yang, and Bentler, 2013) :

$$y_{ijt} = \Lambda_j \eta_{it} + \epsilon_{ijt},$$

$$\eta_{ikt} = X_{ikt} \beta_k + Z_{ikt} \xi_{ik} + \omega_{ikt}.$$

- ▶ Λ_j : saturations factorielles associées à l'item j .
- ▶ η_{it} : scores latents du patient i à l'instant t .

Analyse factorielle longitudinale

Objectifs : Réduire J indicateurs/critères à un nombre plus petit K de scores latents évaluant des concepts plus globaux, en utilisant des données longitudinales.

Modèle d'analyse factorielle longitudinale s'écrit (An, Yang, and Bentler, 2013) :

$$y_{ijt} = \Lambda_j \eta_{it} + \epsilon_{ijt},$$

$$\eta_{ikt} = X_{ikt} \beta_k + Z_{ikt} \xi_{ik} + \omega_{ikt}.$$

- ▶ Λ_j : saturations factorielles associées à l'item j .
- ▶ η_{it} : scores latents du patient i à l'instant t .
- ▶ X_{ikt} : covariables des effets fixes expliquant le score latent k .

Objectifs : Réduire J indicateurs/critères à un nombre plus petit K de scores latents évaluants des concepts plus globaux, en utilisant des données longitudinales.

Modèle d'analyse factorielle longitudinale s'écrit (An, Yang, and Bentler, 2013) :

$$y_{ijt} = \Lambda_j \eta_{it} + \epsilon_{ijt},$$

$$\eta_{ikt} = X_{ikt} \beta_k + Z_{ikt} \xi_{ik} + \omega_{ikt}.$$

- ▶ Λ_j : saturations factorielles associées à l'item j .
- ▶ η_{it} : scores latents du patient i à l'instant t .
- ▶ X_{ikt} : covariables des effets fixes expliquant le score latent k .
- ▶ Z_{ikt} : covariables des effets aléatoires expliquant le score latent k .

Écriture du modèle

$$y_{ijt} = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{v_i=c\}} (\Lambda_{jc} \eta_{i.tc} + \epsilon_{ijtc}), \quad (3)$$

$$\eta_{iktc} = X_{iktc} \beta_{kc} + Z_{iktc} \xi_{ikc} + \omega_{itc}, \quad (4)$$

où v_i est une variable catégorielle représentant la classe latente du patient i . La variable v prend valeur dans $\{1, \dots, C\}$ avec les probabilités

$$\{\pi_1, \dots, \pi_C\} \left(\sum_{c=1}^C \pi_c = 1 \right).$$

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .
- 2 Initialiser les paramètres $\theta_c = (\pi, \Lambda, \sigma, \beta, \Sigma_\xi, \Sigma_\omega)_c$ pour $c = 1, \dots, C$.

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .
- 2 Initialiser les paramètres $\theta_c = (\pi, \Lambda, \sigma, \beta, \Sigma_\xi, \Sigma_\omega)_c$ pour $c = 1, \dots, C$.
- 3 *Étape-E* : calculer les espérances conditionnelles $\mathbb{E}(v_{ic}|y_i)$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}\eta_{itc}^T|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$ et $\mathbb{E}(\eta_{itc}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$.

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .
- 2 Initialiser les paramètres $\theta_c = (\pi, \Lambda, \sigma, \beta, \Sigma_\xi, \Sigma_\omega)_c$ pour $c = 1, \dots, C$.
- 3 *Étape-E* : calculer les espérances conditionnelles $\mathbb{E}(v_{ic}|y_i)$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}\eta_{itc}^T|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$ et $\mathbb{E}(\eta_{itc}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$.
- 4 *Étape-M* : insérer les quantités calculées dans l'*étape-E* pour obtenir les solutions de maximisation l'espérance de la log-vraisemblance $\mathbb{E}(\log L(\theta)|y_i)$.

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .
- 2 Initialiser les paramètres $\theta_c = (\pi, \Lambda, \sigma, \beta, \Sigma_\xi, \Sigma_\omega)_c$ pour $c = 1, \dots, C$.
- 3 *Étape-E* : calculer les espérances conditionnelles $\mathbb{E}(v_{ic}|y_i)$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}\eta_{itc}^T|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$ et $\mathbb{E}(\eta_{itc}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$.
- 4 *Étape-M* : insérer les quantités calculées dans l'*étape-E* pour obtenir les solutions de maximisation l'espérance de la log-vraisemblance $\mathbb{E}(\log L(\theta)|y_i)$.
- 5 Répétez l'*étape-E* et l'*étape-M* jusqu'à convergence.

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

- 1 **Entrées** $C, K, i = 1, \dots, n$, les J variables mesurées y_{ijt}, X_{ikt} et Z_{ikt} .
- 2 Initialiser les paramètres $\theta_c = (\pi, \Lambda, \sigma, \beta, \Sigma_\xi, \Sigma_\omega)_c$ pour $c = 1, \dots, C$.
- 3 **Étape-E** : calculer les espérances conditionnelles $\mathbb{E}(v_{ic}|y_i)$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\eta_{itc}\eta_{itc}^T|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}|y_i, v_{ic})$, $\mathbb{E}(\xi_{ic}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$ et $\mathbb{E}(\eta_{itc}\xi_{ic}^T|y_i, v_{ic})$.
- 4 **Étape-M** : insérer les quantités calculées dans l'étape-E pour obtenir les solutions de maximisation l'espérance de la log-vraisemblance $\mathbb{E}(\log L(\theta)|y_i)$.
- 5 Répétez l'étape-E et l'étape-M jusqu'à convergence.
- 6 **Sortie** : $\hat{\Lambda}_c, \hat{\sigma}_c, \hat{\Sigma}_{\omega_c}, \hat{\beta}_c, \hat{\Sigma}_{\xi_c}, \hat{\pi}_c(t)$ pour $c = 1, \dots, C$.

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

$$\Lambda_c = \left(\left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{\eta_j}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | v_{ic}, y_i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{\eta_j}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T \right) \right)^T,$$

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

$$\Lambda_c = \left(\left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | v_{ic}, y_i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T \right) \right)^T,$$

$$\sigma_{jc} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n n_i \mathbb{E}(v_{ic} | y_i)} \text{diag} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{ij} y_{it}^T - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{it} \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i)^T \hat{\Lambda}_c^T \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T + \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | y_i, v_{ic}) \hat{\Lambda}_c^T \right) \right)^{1/2},$$

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

$$\Lambda_c = \left(\left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | v_{ic}, y_i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T \right) \right)^T,$$

$$\sigma_{jc} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n n_i \mathbb{E}(v_{ic} | y_i)} \text{diag} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{ij} y_{it}^T - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{it} \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i)^T \hat{\Lambda}_c^T \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T + \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | y_i, v_{ic}) \hat{\Lambda}_c^T \right) \right)^{1/2},$$

$$\beta_c = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) X_{itc}^T \Sigma_{\omega_c}^{-1} X_{itc} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) X_{itc}^T \Sigma_{\omega_c}^{-1} (\mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) - Z_{itc} \mathbb{E}(\xi_{ic} | v_{ic}, y_i)) \right),$$

Estimation du modèle avec l'algorithme EM

$$\Lambda_c = \left(\left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | v_{ic}, y_i) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T \right) \right)^T,$$

$$\sigma_{jc} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n n_i \mathbb{E}(v_{ic} | y_i)} \text{diag} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{ij} y_{it}^T - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) y_{it} \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i)^T \hat{\Lambda}_c^T \right. \right. \\ \left. \left. - \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) y_{it}^T + \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \hat{\Lambda}_c \mathbb{E}(\eta_{itc} \eta_{itc}^T | y_i, v_{ic}) \hat{\Lambda}_c^T \right) \right)^{1/2},$$

$$\beta_c = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) X_{itc}^T \Sigma_{\omega_c}^{-1} X_{itc} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{t_{n_i}} \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) X_{itc}^T \Sigma_{\omega_c}^{-1} (\mathbb{E}(\eta_{itc} | v_{ic}, y_i) - Z_{itc} \mathbb{E}(\xi_{ic} | v_{ic}, y_i)) \right),$$

$$\Sigma_{\xi_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \mathbb{E}(v_{ic} | y_i)} \sum_{i=1}^n \mathbb{E}(v_{ic} | y_i) \mathbb{E}(\xi_{ic} \xi_{ic}^T | y_i, v_{ic}).$$

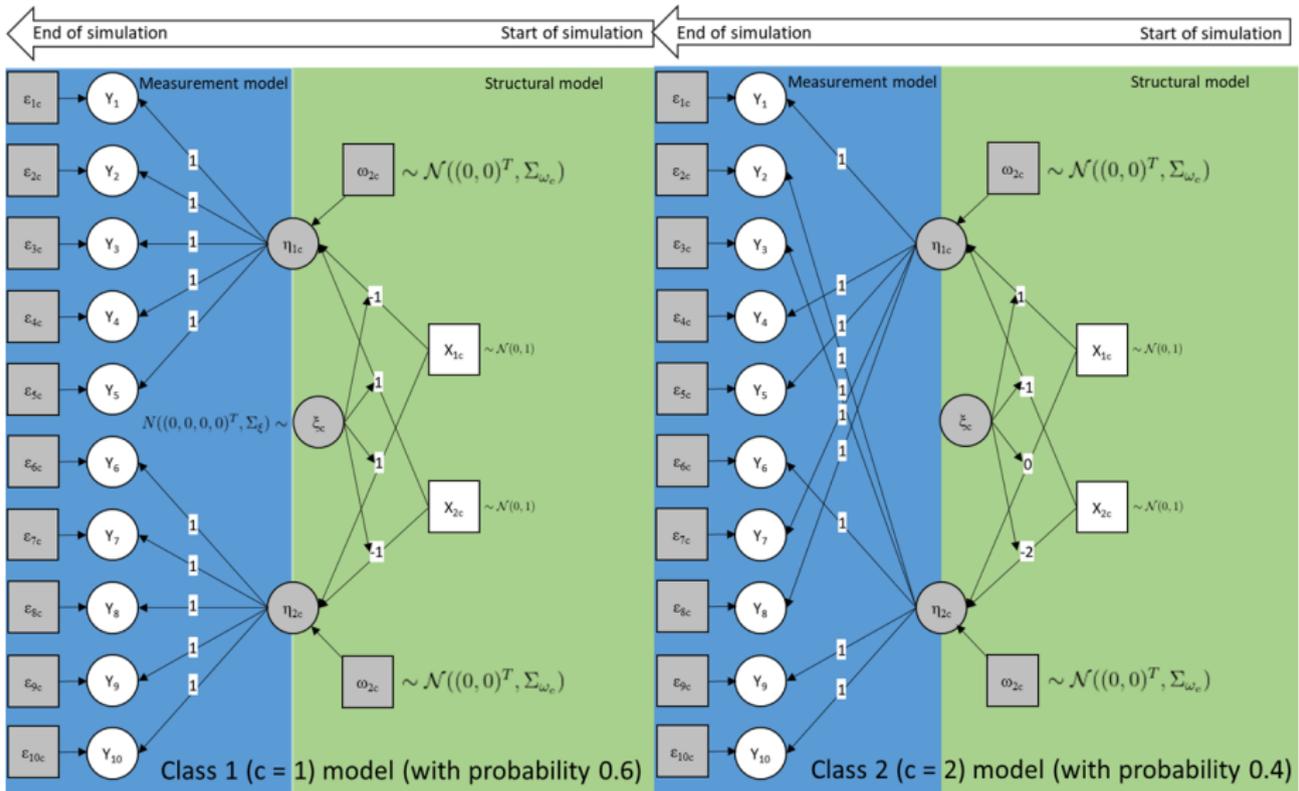
- ▶ Le choix du nombre de composantes dans le mélange :

$$BIC = -2 \log L(\theta) + (C(\#parameters) + C - 1) \log(N)$$

Avec :

$$\#parameters = (JK + J + \frac{K(K+1)}{2} + K(p + 1) + \frac{(q+1)K((q+1)K+1)}{2})$$

Étude de simulation



Résultats de la simulation avec N=2500

| Data type | Component 1 parameters | | | Component 2 parameters | | |
|-----------|---------------------------|------------|----------------|---------------------------|------------|----------------|
| | Parameter | True value | MAE (SD of AE) | Parameter | True value | MAE (SD of AE) |
| Balanced | π_1 | 0.6 | 0.018 (0.014) | π_2 | - | - |
| | $\lambda_{2,1,1}$ | 1 | 0.017 (0.012) | $\lambda_{2,2,2}$ | 1 | 0.015 (0.012) |
| | $\lambda_{3,1,1}$ | 1 | 0.015 (0.013) | $\lambda_{3,2,2}$ | 1 | 0.013 (0.010) |
| | $\lambda_{4,1,1}$ | 1 | 0.018 (0.014) | $\lambda_{4,1,2}$ | 1 | 0.015 (0.012) |
| | $\lambda_{5,1,1}$ | 1 | 0.017 (0.014) | $\lambda_{5,1,2}$ | 1 | 0.017 (0.013) |
| | $\lambda_{7,2,1}$ | 1 | 0.016 (0.013) | $\lambda_{7,1,2}$ | 1 | 0.015 (0.012) |
| | $\lambda_{8,2,1}$ | 1 | 0.017 (0.013) | $\lambda_{8,1,2}$ | 1 | 0.016 (0.014) |
| | $\lambda_{9,2,1}$ | 1 | 0.016 (0.011) | $\lambda_{9,2,2}$ | 1 | 0.014 (0.010) |
| | $\lambda_{10,2,1}$ | 1 | 0.017 (0.012) | $\lambda_{10,2,2}$ | 1 | 0.013 (0.010) |
| | $\sigma_{1,1}$ | 1 | 0.021 (0.015) | $\sigma_{1,2}$ | 0.75 | 0.031 (0.024) |
| | $\sigma_{2,1}$ | 1 | 0.023 (0.016) | $\sigma_{2,2}$ | 0.75 | 0.036 (0.030) |
| | $\sigma_{3,1}$ | 1 | 0.020 (0.015) | $\sigma_{3,2}$ | 0.75 | 0.033 (0.027) |
| | $\sigma_{4,1}$ | 1 | 0.018 (0.014) | $\sigma_{4,2}$ | 0.75 | 0.035 (0.026) |
| | $\sigma_{5,1}$ | 1 | 0.019 (0.014) | $\sigma_{5,2}$ | 0.75 | 0.036 (0.028) |
| | $\sigma_{6,1}$ | 1 | 0.022 (0.015) | $\sigma_{6,2}$ | 0.75 | 0.033 (0.022) |
| | $\sigma_{7,1}$ | 1 | 0.022 (0.014) | $\sigma_{7,2}$ | 0.75 | 0.034 (0.024) |
| | $\sigma_{8,1}$ | 1 | 0.019 (0.016) | $\sigma_{8,2}$ | 0.75 | 0.033 (0.023) |
| | $\sigma_{9,1}$ | 1 | 0.019 (0.016) | $\sigma_{9,2}$ | 0.75 | 0.035 (0.028) |
| | $\sigma_{10,1}$ | 1 | 0.019 (0.013) | $\sigma_{10,2}$ | 0.75 | 0.034 (0.025) |
| | $\beta_{1,1,1}$ | -1 | 0.127 (0.039) | $\beta_{2,1,1}$ | 1 | 0.042 (0.032) |
| | $\beta_{1,1,2}$ | 1 | 0.040 (0.026) | $\beta_{2,1,2}$ | -1 | 0.063 (0.040) |
| | $\beta_{1,2,1}$ | 1 | 0.049 (0.028) | $\beta_{2,2,1}$ | -1 | 0.059 (0.039) |
| | $\beta_{1,2,2}$ | 0 | 0.101 (0.038) | $\beta_{2,2,2}$ | -2 | 0.109 (0.050) |
| | $\Sigma_{\omega_{1,1,1}}$ | 0.25 | 0.019 (0.014) | $\Sigma_{\omega_{1,1,2}}$ | 0.56 | 0.028 (0.021) |
| | $\Sigma_{\omega_{1,2,1}}$ | 0.04 | 0.014 (0.011) | $\Sigma_{\omega_{1,2,2}}$ | 0.25 | 0.017 (0.013) |
| | $\Sigma_{\omega_{2,2,1}}$ | 0.25 | 0.020 (0.016) | $\Sigma_{\omega_{2,2,2}}$ | 0.56 | 0.026 (0.021) |
| | $\Sigma_{\zeta_{1,1,1}}$ | 1 | 0.067 (0.051) | $\Sigma_{\zeta_{1,1,2}}$ | 1 | 0.091 (0.066) |
| | $\Sigma_{\zeta_{1,2,1}}$ | 0.25 | 0.058 (0.046) | $\Sigma_{\zeta_{1,2,2}}$ | 0.25 | 0.048 (0.039) |
| | $\Sigma_{\zeta_{1,3,1}}$ | 0.25 | 0.046 (0.039) | $\Sigma_{\zeta_{1,3,2}}$ | 0.25 | 0.051 (0.036) |
| | $\Sigma_{\zeta_{1,4,1}}$ | 0.25 | 0.052 (0.034) | $\Sigma_{\zeta_{1,4,2}}$ | 0.25 | 0.056 (0.037) |
| | $\Sigma_{\zeta_{2,2,1}}$ | 0.25 | 0.089 (0.068) | $\Sigma_{\zeta_{2,2,2}}$ | 0.25 | 0.072 (0.051) |
| | $\Sigma_{\zeta_{2,3,1}}$ | 0.25 | 0.050 (0.041) | $\Sigma_{\zeta_{2,3,2}}$ | 0.25 | 0.054 (0.038) |
| | $\Sigma_{\zeta_{2,4,1}}$ | 0.25 | 0.046 (0.029) | $\Sigma_{\zeta_{2,4,2}}$ | 0.25 | 0.048 (0.035) |
| | $\Sigma_{\zeta_{3,1,1}}$ | 1 | 0.063 (0.050) | $\Sigma_{\zeta_{3,1,2}}$ | 1 | 0.074 (0.057) |
| | $\Sigma_{\zeta_{3,4,1}}$ | 0.25 | 0.050 (0.033) | $\Sigma_{\zeta_{3,4,2}}$ | 0.25 | 0.050 (0.038) |
| | $\Sigma_{\zeta_{4,4,1}}$ | 1 | 0.073 (0.055) | $\Sigma_{\zeta_{4,4,2}}$ | 1 | 0.072 (0.058) |

Erreur moyenne absolue faible
 → Estimation adéquate des paramètres



- ▶ $n = 194$ patients avec données complètes.
- ▶ Nombre total d'observations : $N =$ observations.
- ▶ $J = 9$ items qui mesurent la mobilité, la vie sociale, les activités usuelles, soins personnelles, le sommeil, l'état psychologique, la surface douloureuse et l'intensité de la douleur.

Objectifs :

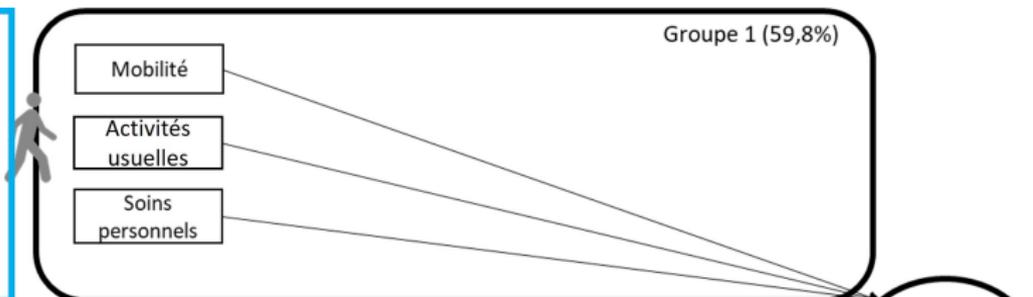
- ▶ Identifier $K = 1$ facteur latent permettant de résumer les 9 variables mesurées.
- ▶ Estimer l'évolution dans le temps des ces facteurs latents.

| Variable name | Parameter | Component 1 factors | Component 2 factors |
|------------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| | | ($n = 116$) | ($n = 78$) |
| | | η_{11} | η_{12} |
| Mobility | $\lambda_{1,.}$ | 1.00 | 0.66 |
| Usual activities | $\lambda_{2,.}$ | 0.96 | 0.64 |
| Personal care | $\lambda_{3,.}$ | 0.78 | 0.54 |
| Sleeping | $\lambda_{4,.}$ | 0.35 | 0.49 |
| Social life | $\lambda_{5,.}$ | 0.56 | 0.84 |
| Depression | $\lambda_{6,.}$ | 0.48 | 1.05 |
| Anxiety | $\lambda_{7,.}$ | 0.27 | 1.00 |
| Pain surface | $\lambda_{8,.}$ | 0.22 | 0.44 |
| Pain intensity | $\lambda_{9,.}$ | 0.63 | 0.71 |

Application sur données réelles

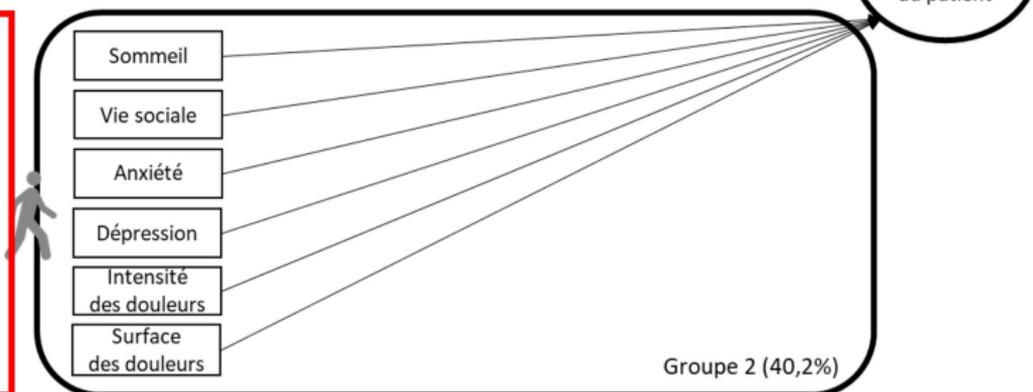
Caractéristiques du groupe :

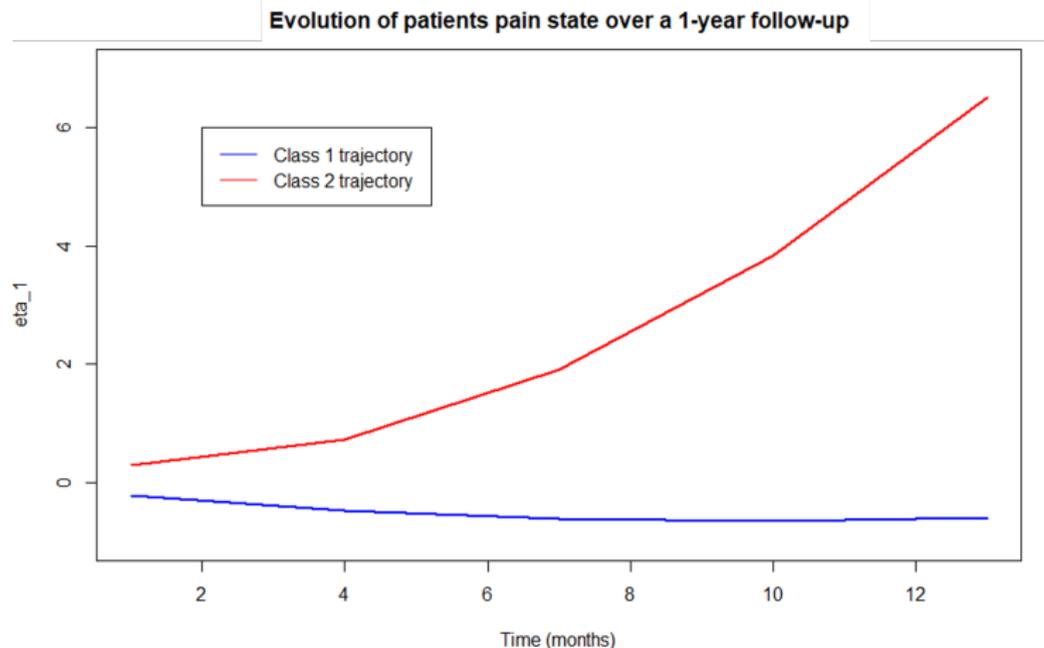
- Utilise l'activité pour divertir son attention de la douleur
- IMC normal
- Effectue des activités extérieures
- Effectue un travail physique



Caractéristiques du groupe :

- Catastrophisation
- IMC surpoids
- Qualité de vie très faible
- En détresse émotionnelle





Conclusions

- ▶ Proposer un modèle pour analyser les données longitudinales hétérogènes.
- ▶ Permettre une évaluation personnalisée des patients.

Conclusions

- ▶ Proposer un modèle pour analyser les données longitudinales hétérogènes.
- ▶ Permettre une évaluation personnalisée des patients.

Perspectives

- ▶ Introduire des saturations factorielles évoluant dans le temps :

$$y_{ijt} = \sum_{c=1}^C \mathbb{1}_{\{v_i=c\}} (\Lambda_{jtc} \eta_{i.tc} + \mu_j + \epsilon_{ijtc}),$$

- ▶ Permettre des tests d'hypothèse pour tester la significativité des effets.
- ▶ Proposer des méthodes pour prendre en compte les données manquantes pour les différents modèles.
- ▶ Valider les scores latents sur des cohortes plus large de patients avec des douleurs chroniques.

Les travaux proposés dans cette thèse ont permis de :

- ▶ acquérir de nouvelles connaissances sur la relation entre les différents outils d'évaluation de la douleur, son évolution et son hétérogénéité.

Les travaux proposés dans cette thèse ont permis de :

- ▶ acquérir de nouvelles connaissances sur la relation entre les différents outils d'évaluation de la douleur, son évolution et son hétérogénéité.
- ▶ proposer des méthodes statistiques qui peuvent être appliqués à une multitude de problématiques dans les sciences sociales, économiques et médicale.

Les travaux proposés dans cette thèse ont permis de :

- ▶ acquérir de nouvelles connaissances sur la relation entre les différents outils d'évaluation de la douleur, son évolution et son hétérogénéité.
- ▶ proposer des méthodes statistiques qui peuvent être appliqués à une multitude de problématiques dans les sciences sociales, économiques et médicale.
- ▶ proposer des méthode pour évaluer les patients d'une manière multidimensionnelle et personnalisée.

Les travaux proposés dans cette thèse ont permis de :

- ▶ acquérir de nouvelles connaissances sur la relation entre les différents outils d'évaluation de la douleur, son évolution et son hétérogénéité.
- ▶ proposer des méthodes statistiques qui peuvent être appliqués à une multitude de problématiques dans les sciences sociales, économiques et médicale.
- ▶ proposer des méthode pour évaluer les patients d'une manière multidimensionnelle et personnalisée.
- ▶ avoir des collaborations riches qui ont données lieu à la publication de 14 articles cliniques dont :
 - ▶ 2 en 1^{er} auteur.
 - ▶ 4 en 2^{eme} auteur.

Perspectives :

▶ Statistiques :

- ▶ Analyse théorique des différents modèles.
- ▶ Généralisation des modèles pour des variables qualitatives.
- ▶ Développer des tests statistiques pour faciliter l'inférence sur les paramètres.

Perspectives :

▶ Statistiques :

- ▶ Analyse théorique des différents modèles.
- ▶ Généralisation des modèles pour des variables qualitatives.
- ▶ Développer des tests statistiques pour faciliter l'inférence sur les paramètres.

▶ Implémentation :

- ▶ Implémentation des algorithmes dans un package R.

Perspectives :

▶ Statistiques :

- ▶ Analyse théorique des différents modèles.
- ▶ Généralisation des modèles pour des variables qualitatives.
- ▶ Développer des tests statistiques pour faciliter l'inférence sur les paramètres.

▶ Implémentation :

- ▶ Implémentation des algorithmes dans un package R.

▶ Cliniques :

- ▶ Mise en place d'un logiciel d'évaluation personnalisée de la douleur.
- ▶ Validation des différents modèles sur des cohortes plus larges de patients douloureux chroniques.



An, Xinming, Qing Yang, and Peter M. Bentler (Oct. 2013). “A latent factor linear mixed model for high-dimensional longitudinal data analysis”. eng. In: *Statistics in medicine* 32.24, pp. 4229–4239. ISSN: 0277-6715. URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23640746>.



De Veaux, Richard D. (1989). “Mixtures of linear regressions”. In: *Computational Statistics & Data Analysis* 8.3, pp. 227–245. DOI: [\url{https://doi.org/10.1016/0167-9473\(89\)90043-1}](https://doi.org/10.1016/0167-9473(89)90043-1). URL: [\url{https://ideas.repec.org/a/eee/csdana/v8y1989i3p227-245.html}](https://ideas.repec.org/a/eee/csdana/v8y1989i3p227-245.html).



Dempster, A. P., N. M. Laird, and D. B. Rubin (1977). “Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm”. In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 39.1, pp. 1–38. ISSN: 00359246. URL: [\url{http://www.jstor.org/stable/2984875}](http://www.jstor.org/stable/2984875).



Gałecki, Andrzej and Tomasz Burzykowski (2013). “Linear Mixed-Effects Model”. In: *Linear Mixed-Effects Models Using R: A Step – by – Step Approach*. New York, NY: Springer New York, pp. 245–273. ISBN: 978-1-4614-3900-4. DOI: [10.1007/978-1-4614-3900-4_13](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3900-4_13). URL: [\url{https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3900-4_13}](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3900-4_13).



Hashmi, Javeria A. *et al.* (Sept. 2013). “Shape shifting pain: chronification of back pain shifts brain representation from nociceptive to emotional circuits”. eng. In: *Brain : a journal of neurology* 136.Pt 9, pp. 2751–2768. ISSN: 0006-8950. URL: [\url{https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23983029}](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23983029).

References II



Hastie, Trevor and Robert Tibshirani (1993). "Varying-Coefficient Models". In: *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 55.4, pp. 757–796. ISSN: 00359246. DOI: [\url{https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1993.tb01939.x}](https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1993.tb01939.x). URL: [\url{http://www.jstor.org/stable/2345993}](http://www.jstor.org/stable/2345993).



Huang, Mian *et al.* (Feb. 2018). "Statistical Inference and Applications of Mixture of Varying Coefficient Models: Mixture of varying coefficient models". In: *Scandinavian Journal of Statistics* 45.3. ISSN: 0303-6898. DOI: [10.1111/sjos.12316](https://doi.org/10.1111/sjos.12316).



Inoue, Shinsuke *et al.* (Apr. 2017). "Prevalence, characteristics, and burden of failed back surgery syndrome: the influence of various residual symptoms on patients' satisfaction and quality of life as assessed by anation". In: *Journal of pain research* 10.28435318, pp. 811–823. ISSN: 1178-7090. DOI: [10.2147/JPR.S129295](https://doi.org/10.2147/JPR.S129295). URL: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5388346/>.



Proust, Cécile and Hélène Jacqmin-Gadda (May 2005). "Estimation of linear mixed models with a mixture of distribution for the random effects". In: *Computer methods and programs in biomedicine* 78.2, pp. 165–173. ISSN: 0169-2607. DOI: [10.1016/j.cmpb.2004.12.004](https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2004.12.004). URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/15848271>.



Treede, Rolf-Detlef *et al.* (June 2015). "A classification of chronic pain for ICD-11". In: *Pain* 156.6, pp. 1003–1007. ISSN: 0304-3959. URL: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/25844555>.

References III



Wu, Hulin and Hua Liang (2004). “Backfitting Random Varying-Coefficient Models with Time-Dependent Smoothing Covariates”. In: *Scandinavian Journal of Statistics* 31.1, pp. 3–19. ISSN: 03036898, 14679469. DOI:

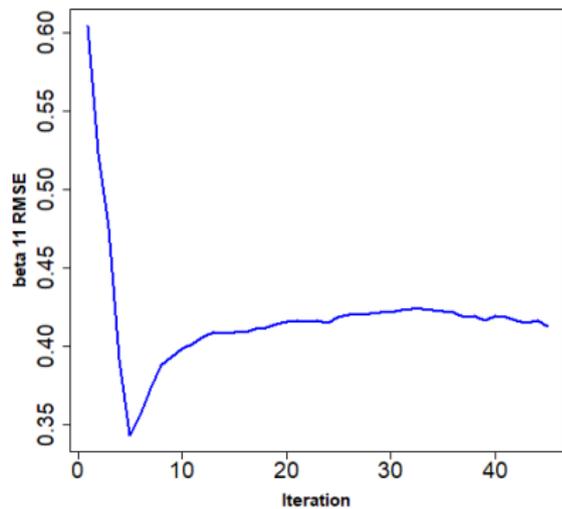
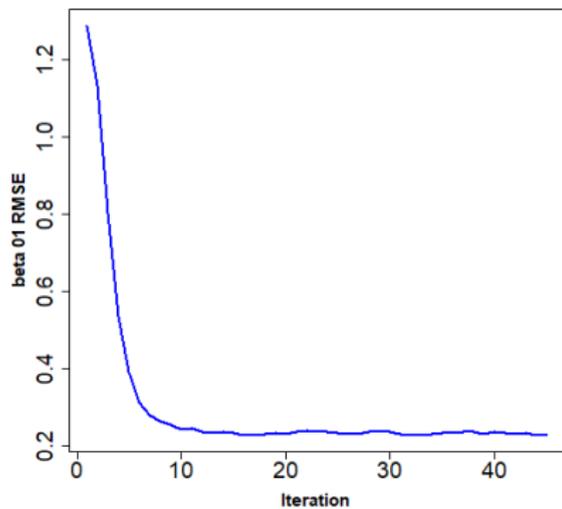
[\url{https://doi.org/10.1111/j.1467-9469.2004.00369.x}](https://doi.org/10.1111/j.1467-9469.2004.00369.x). URL:

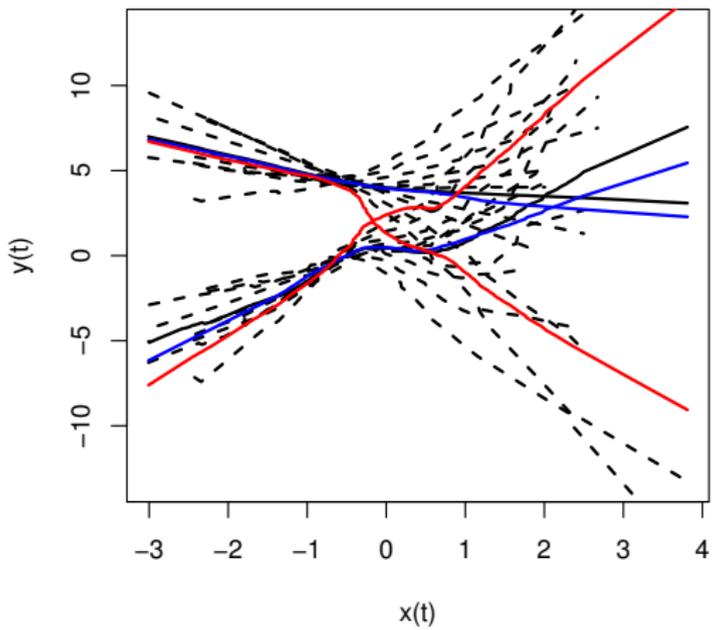
[\url{http://www.jstor.org/stable/4616808}](http://www.jstor.org/stable/4616808).



Zhang, Daowen (2004). “Generalized Linear Mixed Models with Varying Coefficients for Longitudinal Data”. In: *Biometrics* 60.1, pp. 8–15. ISSN: 0006341X, 15410420. URL:

<http://www.jstor.org/stable/3695546>.





Theorem 1. *Suppose that the following conditions are satisfied:*

- (i) $\pi_c(t) > 0$ are continuous functions, and $\beta_c(t)$ and $\psi_c(t)$ have continuous first derivative, $c = 1, \dots, C$.
- (ii) The domain \mathcal{X} of X contains an open subset in \mathbb{R}^p , and the domain \mathcal{T} of t is an open interval in \mathbb{R} .
- (iii) For any $t \in \mathcal{T}$ and $1 \leq j \neq k \leq C$,

$$\sum_{l=0}^1 \|\beta_j^{(l)}(t) - \beta_k^{(l)}(t)\|^2 + \sum_{l=0}^1 \|\psi_j^{(l)}(t) - \psi_k^{(l)}(t)\|^2 \neq 0,$$

where $g^{(l)}$ is the l th derivative of g and equal to g if $l = 0$.

- (iv) The parametric mixture model $\sum_{c=1}^C \pi_c \phi(Y \mid \eta_c, \psi_c)$ is identifiable, where η_c is the conditional mean of density ϕ .
- (v) The number components C is known.

Then model (1.2) is identifiable.