

MASTER IMMT
SPÉCIALITÉ : MATHÉMATIQUES
MODIFICATIONS 2013

12 avril 2013

PREMIER SEMESTRE

Probabilités Générales [20/28/12] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Espaces probabilisés et variables aléatoires, indépendance, différentes notions de convergence de variables aléatoires, loi des grands nombres, théorème central limite.

Descriptif. — Ce module fait suite à une introduction au calcul des Probabilités de Licence. Il aborde des thèmes avancés : espérance et loi conditionnelles, vecteurs gaussiens, convergence en loi, lois des grands nombres et théorème central limite.

Prérequis : langage probabiliste usuel, bases du calcul intégral et rudiments d'intégration de Lebesgue, géométrie euclidienne, enseignés en Licence de Mathématiques.

Objectifs. — Maîtrise du calcul des probabilités, modélisation et simulation en TP (scilab)

Contenu détaillé. — Cours :

Chapitre 1 : Le modèle probabiliste

Chapitre 2 : Convergence des suites de variables aléatoires

Chapitre 3 : Probabilités et espérances conditionnelles

Chapitre 4 : Transformées de Fourier et fonctions caractéristiques

Chapitre 5 : Variables aléatoires gaussiennes

Chapitre 6 : Convergence en loi et théorème limite central

Travaux dirigés : suivent la structure du cours

Travaux pratiques : générateurs aléatoires, méthodes classiques, simulation de variables aléatoires avec Scilab ou Maple, diagrammes en barres, histogrammes, fonctions de répartition, pratique des tests d'adéquation du khi-deux et de Kolmogorov–Smirnov.

Compléments de cours. — Barbe (Ph.), Ledoux (M.), Probabilité, De la licence à l'agrégation, Belin.

Ouvrard (J.-Y.), probabilités, tome II, master agrégation, Cassini.

Knuth (D. E.), The Art of Computer Programming, Volume 2 - Seminumerical Algorithms, Addison-Wesley.

Statistique Descriptive [20/12/28] CNU 25/26 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Statistique descriptive univariée et bivariée, analyse factorielle, classification.

Descriptif. — L'UE de Statistique Descriptive introduit les outils nécessaires permettant de synthétiser, représenter et résumer au mieux les grands jeux de données. Après avoir envisagé le cas de la dimension 1 ou 2 (statistique univariée et bivariée), le cours se concentre sur les méthodes factorielles permettant d'aborder les problèmes en plus grande dimension.

Prérequis : algèbre linéaire et géométrie euclidienne.

Objectifs. — Savoir dégager de l'information d'un grand volume de données hétérogènes.

Contenu détaillé. — Statistiques univariées et bivariées, méthodes factorielles (analyse en composantes principales, analyse factorielle des correspondances, analyse des correspondances multiples), classification non supervisée (k-means, classification ascendante hiérarchique). Une large place est laissée au TP où les méthodes sont mises en oeuvre grâce aux logiciels R et SAS.

Compléments de cours. — Saporta (G.), Probabilités, analyse des données et statistique, Technip.

Dehon, Dreesbeke et Vermandele, Éléments de Statistique, ULB et Ellipses.

Besse (P.), SAS sous Unix : Logiciel hermétique pour système ouvert, université Paul Sabatier.

Ross (S.), Introductory statistics, Elsevier.

Ecoffier (B.) et Pagès (G.), Analyses factorielles simples et multiples, Dunod.

Analyse Matricielle [20/12/28] CNU 25/26 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Matrices, systèmes linéaires, valeurs et vecteurs propres.

Descriptif. — Résolution de systèmes linéaires : méthodes directes, méthodes itératives. Méthodes de recherche de vecteurs propres et de valeurs propres. Mise en œuvre numérique.

Prérequis : algèbre linéaire (matrices, réduction de matrices).

Objectifs. — Savoir implémenter des algorithmes de résolution de systèmes linéaires et de réduction de matrices.

Contenu détaillé. —

Compléments de cours. —

Bases de Données [20/12/28] CNU 27 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Bases de Données

Descriptif. — Cette UE amène à une utilisation avancée des outils informatiques pour la manipulation et la gestion de données aussi bien dans un contexte théorique que dans un cadre professionnel.

Bases de données : vocabulaire et technique des bases de données, tables, types de données, systèmes de clefs, relations, intégrité référentielle, types de requêtes, passage de paramètres, formulaires, listes déroulantes, menus, champs. Applications pratiques avec Access/SQL.

Prérequis : une bonne familiarité avec les systèmes d'exploitation courants est nécessaire (Unix, Linux, Windows).

Objectifs. — Connaître les algorithmes fondamentaux et savoir manipuler des données sur une large échelle.

Compléments de cours. —

Analyse Fonctionnelle [24/36/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Mots-clefs. — Transformation de Fourier, équations aux dérivées partielles.

Descriptif. — Ce cours vise à consolider les connaissances en topologie et d'intégration, et puis à introduire les bases pour l'étude des équations aux dérivées partielles.

Prérequis : bonnes connaissances en topologie et en intégration du niveau de la licence de Poitiers.

Objectifs. — L'objectif de ce cours est de consolider les connaissances de topologie et d'intégration et de présenter la transformation de Fourier. Il s'agit d'établir les bases pour l'étude des équations aux dérivées partielles.

Contenu détaillé. — Espace de Hilbert, théorie L^2 des séries de Fourier, théorème de Banach, espaces L^p , convolution, mesures complexes, théorème de Radon-Nikodym, dualité dans les espaces L^p , transformation de Fourier.

Analyse Complexe [24/36/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Mots-clefs. — Fonctions holomorphes.

Descriptif. — Prérequis : bonnes connaissances du programme de licence de Poitiers, principalement des UE sur analyse, intégration et espaces métriques.

Objectifs. — Donner les bases en théorie des fonctions holomorphes d'une variable laquelle est utile pour la poursuite en recherche, ainsi que pour l'agrégation.

Contenu détaillé. — Fonctions holomorphes, conditions de Cauchy, développements de Laurent, fonctions méromorphes, théorème des résidus, espace de Montel des fonctions holomorphes.

Théorie des Corps [24/36/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Mots-clefs. — Corps.

Descriptif. — Ce cours présente la base de la théorie des corps. Celle-ci est souvent utilisée dans de nombreux domaines de recherche en mathématiques, par exemple, dans la théorie des nombres et la géométrie algébrique. Elle est aussi indispensable pour l'agrégation. Prérequis : bonnes connaissances en algèbre linéaire, la théorie des groupes, et éventuellement quelques notions dans la théorie des anneaux commutatifs.

Objectifs. — L'objectif de ce cours est de poser la base de la théorie des corps et de mettre en place des notions pour l'étude des équations algébriques.

Contenu détaillé. — Extensions de corps, éléments algébriques et transcendants, corps de rupture et corps de décomposition, clôture algébrique, corps finis, cyclotomie, résultant et discriminant, polynômes symétriques.

Outils professionnels 1 et communication [0/0/30] CNU 25/26/EXT (parcours MFA et MMAS) 3 ECTS

Mots-clefs. — Préparation à la vie professionnelle, initiation aux outils disciplinaires.

Descriptif. — Ce module de préparation à la vie professionnelle comporte 3 parties :

- aide à l'insertion professionnelle/développement personnel ;
- conférences scientifiques sur des thématiques de la mention ;
- outils disciplinaires : initiation à un logiciel de calcul scientifique (Scilab) utilisé dans les entreprises et en Recherche.

Objectifs. — Acquisition des outils d'insertion professionnelle adaptés au stage de première année. Par les conférences scientifiques, donner à l'étudiant une ouverture d'esprit sur différentes disciplines scientifiques et leurs interactions. Initiation à un logiciel de calcul scientifique professionnel.

Contenu détaillé. — Accompagnement des étudiants dans leur recherche de stage, rédaction de curriculum vitae, lettres de motivation, entretiens directs et téléphoniques (10h).

Conférences scientifiques effectuées par des intervenants du monde universitaire ou professionnel sur des thématiques de la mention.

Présentation du logiciel Scilab, de ses développeurs et des sites de téléchargement, de documentation. Installation Linux/Windows, organisation du travail lors d'une session, navigation dans les répertoires, identification des fichiers de scripts/librairies, éditeur de texte. Types des variables, structures vectorielles et matricielles, opérations élémentaires. Programmation de base, structures conditionnelles, boucles, vectorialisation. Entrées/sorties, textes, graphiques, lecture et écriture dans des fichiers. Valorisation des résultats numériques dans un rapport technique (TeX/LaTeX) (20h).

Compléments de cours. — Chancelier (J.-P.), Delebecque (F.), Gomez (C.), Goursat (M.), Nikoukhah (R.), Steer (S.), Introduction à Scilab, deuxième édition, Springer-Verlag France (2007).

DEUXIÈME SEMESTRE

Processus à Temps Discret [20/28/12] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Espaces probabilisés filtrés, temps d'arrêt, martingales, chaînes de Markov.

Descriptif. — Cette UE est une introduction générale au langage de la théorie des processus aléatoires avec un traitement complet des chaînes de Markov à espace d'états fini ou dénombrable : filtrations et processus, temps d'arrêt, conditionnement, martingales, noyaux et fonctions de transition, propriétés de Markov simple et forte, classification des états dans un cadre discret, récurrence et transience, mesures invariantes, convergence vers l'équilibre, retournement du temps, ergodicité. Applications pratiques avec Scilab.

Prérequis : connaissances avancées de la théorie des probabilités et de l'intégration (Probabilités Générales) enseignées au premier semestre de ce parcours.

Objectifs. — Savoir appréhender des évolutions stochastiques et modéliser des systèmes dynamiques aléatoires à temps discret.

Contenu détaillé. — Cours :

Chapitre 1. Généralités

Rappels et notations

1. Filtrations et processus

2. Temps d'arrêt

3. Conditionnement

4. Martingales

5. Le théorème d'extension de Kolmogorov et compléments

Chapitre 2. Généralités sur les processus de Markov

Introduction

1. Définitions et premières propriétés

2. Noyaux de transition

3. Processus de Markov

Chapitre 3. Chaînes de Markov à espace d'états fini ou dénombrable

1. Matrices markoviennes et représentations graphiques

2. Classes d'équivalence d'une chaîne de Markov

3. Temps d'atteinte et probabilités d'absorption

4. Récurrence et transience
5. Mesures invariantes
6. Convergence vers l'équilibre
7. Retournement du temps à une date déterministe
8. Un théorème ergodique

Travaux dirigés : suivent le cours.

Travaux pratiques : avec Scilab, simulations de variables aléatoires (suite), méthodes de rejet, méthode de Monte Carlo (estimation et intégration), simulation de chaînes de Markov, pratique des tests d'adéquation et des intervalles de confiance.

Compléments de cours. — Dellacherie (C.), Meyer (P.-A.), Probabilités et Potentiel, chapitres I à IV, Hermann (1975).

Dellacherie (C.), Meyer (P.-A.), Probabilités et Potentiel, chapitres V à VIII, Hermann (1980).

Dellacherie (C.), Meyer (P.-A.), Probabilités et Potentiel, chapitres XII à XIV, Hermann (1987).

Neveu (J.), Martingales à temps discret, Masson (1972).

Norris (J.R.), Markov Chains, Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press (1998).

Ouvrard (J.-Y.), Probabilités, tome II, Master-Agrégation, Cassini (2004).

Revuz (D.), Markov Chains, North-Holland Mathematical Library, North-Holland (1984).

Rudin (W.), Analyse réelle et complexe, Masson (1975).

Toulouse (P. S.), Thèmes de Probabilités et Statistique, Dunod (1999).

Statistique Inférentielle [20/28/12] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Modèles statistiques paramétriques, estimation ponctuelle (estimateurs sans biais de variance minimale, méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance, propriétés asymptotiques), intervalles de confiance (cas des échantillons gaussiens), tests d'hypothèses.

Descriptif. — Le cours de Statistique Inférentielle fait suite au cours de Statistique Descriptive. Il détaille les méthodes d'estimation de paramètres inconnus et de validation de modèles probabilistes, en particulier dans un cadre gaussien : modèles statistiques paramétriques, estimation ponctuelle (estimateurs sans biais de variance minimale, méthode des moments, méthode du maximum de vraisemblance, propriétés asymptotiques), intervalles de confiance (cas des échantillons gaussiens), tests d'hypothèses. Applications pratiques avec R.

Prérequis : Probabilités Générales.

Objectifs. — Maîtriser les techniques d'estimation et de tests usuelles, pouvoir comprendre et mettre en oeuvre des techniques nouvelles.

Contenu détaillé. — Cours :

Chapitre 1. Des exemples introductifs : échantillons gaussiens, inférence et tests

Chapitre 2. Le formalisme de la statistique inférentielle

Chapitre 3. Estimation ponctuelle : estimateurs sans biais de variance minimale, estimateurs du maximum de vraisemblance

Chapitre 4. Estimation par intervalles de confiance

Chapitre 5. Test d'hypothèses, test du khi-deux

Travaux dirigés : suivent le cours.

Travaux pratiques : suivent le cours, utilisation de R.

Compléments de cours. —

Modélisation déterministe [20/12/28] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Modélisation, équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles.

Descriptif. — Exemples de problèmes menant à des équations différentielles. Exemples de problèmes menant à des équations aux dérivées partielles. Exemples de résolutions directes ou approchées. Mise en oeuvre numérique. Prérequis : connaissances de l'analyse en une et plusieurs variables réelles, analyse numérique et calcul scientifique de Licence.

Objectifs. — Savoir modéliser et implémenter des modèles simples menant à des équations différentielles ou à des équations aux dérivées partielles. *Remarque.* — Demande de MCC particulières : contrôle sur table de 2h, contrôle de travaux pratiques ??? heures.

Optimisation et Théorie des Graphes [20/28/12] CNU 25/26/27 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Optimisation, Théorie des Graphes.

Descriptif. — Cet enseignement traite de l'optimisation différentielle (en dimension finie) et de l'optimisation combinatoire (sur des graphes).

Optimisation : problématique et vocabulaire, exemples fondamentaux, une classification des problèmes d'optimisation ; rappels sur le calcul différentiel et sur la convexité, résultats d'existence et d'unicité ; minimisation sans contraintes, conditions du premier ordre, du second ordre ; minimisation avec contraintes, contraintes d'égalité, contraintes d'inégalité, multiplicateurs de Lagrange ; quelques notions de programmation linéaire ; algorithme du simplexe. Applications pratiques avec Scilab.

Théorie des Graphes : théorie et optimisation discrète.

Prérequis : connaissances de l'Analyse en une et plusieurs variables réelles, Analyse Numérique et Calcul Scientifique, éléments de Combinatoire, provenant de Licence.

Objectifs. — Modéliser, analyser et résoudre des problèmes d'optimisation différentiels, convexes, ou discrets.

Contenu détaillé. — Optimisation

Cours (10h) :

Chapitre 1. Introduction : problématique et vocabulaire, exemples fondamentaux, une classification des problèmes d'optimisation

Chapitre 2. Généralités : rappels sur le calcul différentiel et sur la convexité, résultats d'existence et d'unicité

Chapitre 3. Minimisation sans contraintes : conditions du premier ordre, du second ordre

Chapitre 4. Minimisation avec contraintes : contraintes d'égalité, contraintes d'inégalité, multiplicateurs de Lagrange.

Chapitre 5. Quelques notions de programmation linéaire ; algorithme du simplexe

Travaux dirigés (14h) : suivent le cours.

Travaux pratiques (6h) :

TP 1 : programmation de l'algorithme de gradient à pas fixe et à pas optimal

TP 2 : programmation linéaire avec les fonctions prédéfinies en Scilab ;

algorithme d'Uzawa pour un problème quadratique à contrainte linéaire.

Théorie des graphes et optimisation combinatoire

Cours (10h) :

– langage de la théorie des graphes, propriétés et concepts de base ; modélisations à base de graphes.

– quelques problèmes d'optimisation discrète : arbres recouvrants de poids minimum, plus courts chemins.

– cycles et cocycles, flots et tensions ; méthode de Ford-Fulkerson et quelques applications (flots canalisés, couplages, affectation, etc.)

Travaux dirigés (20h) : suivent le cours.

Compléments de cours. — Miriart-Urruty (J. B.), L'Optimisation, collection Que sais-je ?, PUF.

Berge (C.), Graphes et hypergraphes, Dunod, Paris (1970).

Cormen (T. H.), Leiserson (C. E.), Rivest (R. L.), Stein (C.), Introduction to algorithms.

West (D.), Introduction to Graph Theory, Prentice-Hall Engineering.

Courbes, Surfaces, Géométrie Différentielle [24/36/0] CNU 25/26 (parcours MFA)

Descriptif. — Prérequis : bonnes connaissances du programme de licence à Poitiers, en particulier en algèbre linéaire et en fonctions de plusieurs variables.

Objectif. — à détailler.

Contenu détaillé. — Ce cours nécessite une bonne connaissance du programme de licence à Poitiers, en particulier en algèbre linéaire et en fonctions de plusieurs variables. Il vise à introduire, dans la continuité du cours "Fonctions de plusieurs variables et courbes planes" de la licence, les notions de base du calcul différentiel, en vue de leurs applications à la géométrie différentielle en commençant par l'étude des sous-variétés de \mathbf{R}^n . Il s'achèvera par une introduction à l'étude métrique des surfaces.

Différentielle d'une application définie sur un ouvert de \mathbf{R}^n à valeurs dans \mathbf{R}^p . Différentielles d'ordre supérieur. Lien avec les dérivées partielles. Formules de Taylor. Extremum, extremum lié. Sous-variétés de \mathbf{R}^n . Espace tangent à une sous-variété. Différentielle d'une application entre sous-variétés. Étude des surfaces : première et deuxième formes fondamentales. Courbure.

Compléments de cours. — Titre : Calcul différentiel, sous-variétés. Étude métrique des surfaces.

Mots-clefs. — Calcul différentiel, sous-variétés de \mathbf{R}^n . Étude métrique des surfaces.

Descriptif. — Ce cours nécessite une bonne connaissance du programme de licence à Poitiers, en particulier en algèbre linéaire et en fonctions de plusieurs variables. Il vise à introduire, dans la continuité du cours "Fonctions de plusieurs variables et courbes planes" de la licence, les notions de base du calcul différentiel, en vue de leurs applications à la géométrie différentielle en commençant par l'étude des sous-variétés de \mathbf{R}^n . Il s'achèvera par une introduction à l'étude métrique des surfaces.

Contenu détaillé. — Différentielle d'une application définie sur un ouvert de \mathbf{R}^n à valeurs dans \mathbf{R}^p . Différentielles d'ordre supérieur. Lien avec les dérivées partielles. Formules de Taylor. Extremum, extremum lié. Sous-variétés de \mathbf{R}^n . Espace tangent à une sous-variété. Différentielle d'une application entre sous-variétés. Étude des surfaces : première et deuxième formes fondamentales. Courbure.

Stage/projet de première année [0/0/0] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 3 ECTS

Descriptif. — Le stage/projet de première année du parcours Modélisation Mathématique et Analyse Statistique se déroule prioritairement en entreprise, ou dans un laboratoire extérieur, mais peut aussi se dérouler exceptionnellement au sein du laboratoire de Mathématiques et Applications. La durée recommandée du stage est de 1 à 3 mois. Il donne lieu à un rapport et une soutenance orale.

Dans le parcours Mathématiques Fondamentales et Applications, l'étudiant effectue seul ou en groupe, un travail en relation avec les acquis mathématiques de ses études. Ce travail peut prendre l'aspect d'un approfondissement de notions fondamentales ou appliquées, ou d'une expérience pédagogique dans un établissement qui le propose. Ce projet donne lieu à un rapport ainsi qu'un compte rendu oral des travaux effectués.

Prérequis : préparation à la vie professionnelle suivie antérieurement et connaissances de base ayant trait au sujet de stage.

Objectifs. — Pour le parcours MMAS, il s'agit de connaître le travail en entreprise ou en laboratoire, ses contraintes et structures hiérarchiques. Affirmer son projet professionnel.

Pour le parcours MFA : mise en applications des compétences acquises au cours des études, acquisitions d'expérience pratique à vocation professionnalisante, développement de l'esprit initiative, amélioration de l'expression orale et écrite.

Contenu détaillé. — Pour le parcours MMAS, le stage (ou projet) de première année du parcours Modélisation Mathématique et Analyse Statistique a lieu une fois les enseignements et les examens du second semestre terminés. Il se déroule prioritairement en entreprise, ou dans un laboratoire extérieur, mais peut aussi se dérouler exceptionnellement au sein du laboratoire de Mathématiques et Applications.

La recherche du stage, ou de l'encadrant de projet, incombe intégralement à l'étudiant qui doit commencer ses démarches dans le courant du premier semestre et informer l'équipe pédagogique de l'état de ses recherches. L'équipe pédagogique peut conseiller l'étudiant sur la forme et le fond de ses démarches, la rédaction de ses lettres de motivations et curriculum vitae, ainsi que sur le choix des entreprises ou laboratoires visés.

L'équipe pédagogique veille à ce que la nature du stage effectué soit cohérente avec la formation. La durée recommandée du stage est de 1 à 3 mois. Il donne lieu à un rapport et une soutenance orale. Le rapport réserve une place importante à la description de l'entreprise, sa nature, ses objectifs, ses besoins, sa structure. La description du sujet du stage, ou du travail à réaliser, doit être présenté en détail, en particulier lorsque la thématique abordée est nouvelle. Le travail réalisé doit être présenté de manière synthétique. L'étudiant est invité à exposer ses réflexions sur la pertinence de son choix de stage en rapport avec son choix de formation et les perspectives professionnelles offertes par le secteur d'activités de l'entreprise, ou du laboratoire, dans lequel il a effectué ce stage.

Au rapport sera adjoint une fiche PEC.

La notation du stage est réalisée à partir de la soutenance et du rapport faits par l'étudiant et de l'évaluation du maître de stage.

Pour le parcours MFA, se reporter au descriptif précédent.

Compléments de cours. — /

TROISIÈME SEMESTRE

Processus à Temps Continu [18/18/12] CNU 25/26 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Mouvement brownien, intégrale de Itô, équations différentielles stochastiques.

Descriptif. — Ce cours porte essentiellement sur le mouvement brownien, les diffusions et leurs applications : processus stochastiques, mouvement brownien ; intégrales et formules de Itô, intégrale de Stratonovich, théorème de représentation des martingales ; équations différentielles stochastiques, exemples, résultats d'existence et d'unicité ; filtrage linéaire en dimension 1 et en dimension n ; diffusions, propriétés fondamentales et applications. Applications pratiques avec Scilab.

Prérequis : maîtrise du calcul général des probabilités et de la théorie des processus à temps discret (Probabilités Générales, Processus à Temps Discret), enseignés en première année de ce parcours.

Objectifs. — Analyser, modéliser et simuler des processus aléatoires en temps continu.

Résoudre des problèmes issus de la Physique, de la Biologie, de Finance et de l'Économie, par des méthodes stochastiques.

Contenu détaillé. — Cours :

Chapitre 1. Introduction

1. Analogie stochastique des équations différentielles ordinaires
2. Filtrage

3. Problème de Dirichlet

Chapitre 2. Préliminaires

1. Espaces probabilisés, variables aléatoires, processus stochastiques
2. Le mouvement brownien

Chapitre 3. Intégrale de Itô

1. Construction de l'intégrale de Itô
2. Quelques propriétés de l'intégrale de Itô
3. Extensions de l'intégrale de Itô

Chapitre 4. Formule de Itô et théorème de représentation des martingales

1. Formule de Itô en dimension 1
2. Formule de Itô en multidimensionnelle
3. Intégrale de Stratonovich
4. Le théorème de représentation des martingales

Chapitre 5. Equation différentielles stochastiques

1. Quelques exemples et solutions
2. Un résultat d'existence et d'unicité

Chapitre 6. Filtrage

1. Introduction
2. Filtrage linéaire en dimension 1
3. Filtrage linéaire en dimension n

Chapitre 7. Diffusions, propriétés fondamentales

1. La propriété de Markov
2. La propriété de Markov forte
3. Le générateur d'une diffusion de Itô
4. La formule de Dynkin

Chapitre 8. Quelques applications de la théorie des diffusions

1. L'équation rétrograde de Kolmogorov
2. Formule de Feynman-Kac
3. Le théorème de Girsanov

Travaux dirigés : suivent le cours.

Travaux pratiques : simulations de processus de Lévy, principes d'invariance ; calcul approché d'intégrales de Itô et de Stratonovich ; résolution numériques d'équations différentielles stochastiques avec Scilab.

Compléments de cours. — Revuz (D.), Yor (M.), Continuous Martingales and Brownian Motion, Springer. Øksendal (B. K.), Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications, Springer.

Statistique Avancée [18/18/12] CNU 25/26 (parcours MMAS) 6 ECTS

Mots-clefs. — Statistique descriptive et statistique inférentielle.

Descriptif. — Cet enseignement vise l'approfondissement des connaissances de Statistique Inférentielle et de Statistique Descriptive : modèles paramétriques, non-paramétriques, semi-paramétriques, géométrie de l'Information, théorie statistique de l'apprentissage. Applications pratiques avec R.

Prérequis : enseignements de Statistiques Descriptive et Inférentielle, Probabilités Générales, de première année de ce parcours.

Objectifs. — Approfondir les connaissances de Statistique Inférentielle et de Statistique Descriptive, découvrir et mettre en oeuvre des techniques nouvelles et pointues d'analyse statistique.

Contenu détaillé. — Cours : modèles paramétriques, non-paramétriques, semi-paramétriques, géométrie de l'Information, théorie statistique de l'apprentissage.

Travaux dirigés : suivent le cours

Travaux pratiques : suivent le cours

Compléments de cours. —

Cours de spécialisation [18/18/12] CNU 25/26 (parcours MMAS) 6 ECTS

Descriptif. — Le cours de spécialisation est un enseignement dont le contenu est déterminé annuellement par l'équipe pédagogique pour répondre à des besoins immédiats d'applications de méthodes mathématiques. Il peut viser les applications à l'Imagerie, la Biostatistique, les Mathématiques Actuarielles et Financières. Un enseignement d'un autre parcours ou d'une autre spécialité de même niveau pourrait être choisi par l'étudiant pour consolider son projet professionnel.

Prérequis : toutes les connaissances acquises dans ce parcours en demeurant, néanmoins, accessible à des étudiants venant d'autres parcours ou de spécialité de la mention.

Objectifs. — Compléter une formation généraliste en Mathématiques, Probabilités et Statistique par un savoir-faire pointu dans un secteur d'applications.

Contenu détaillé. — Exemple de cours précédemment proposé :

Chapitre 1. Formalisme markovien : fonctions itérées stochastiques, multiplicité de mesures stationnaires, couplage de chaînes de Markov, propriété de coalescence.

Chapitre 2. Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) : méthode, intégration, cas de va iid , théorème ergodique pour une chaîne de Markov, algorithme d'Hastings, modèle de Mallow, algorithme d'Hastings-Metropolis, modèle d'Ising, échantillonneur de Gibbs.

Chapitre 3. Algorithme de simulation parfaite : méthode du couplage par le passé, temps de terminaison cas d'une représentation par système dynamique aléatoire monotone, exemple des pavages aléatoires d'un hexagone symétrique en losanges, simulation parfaite de la loi uniforme sur cet espace.

Chapitre 4. Introduction aux algorithmes génétiques : brève présentation de la technique du recuit simulé, principe des algorithmes génétiques.

Applications en Imagerie (O. Alata) :

Chaînes simples de Markov à espace d'états général, introduction aux champs de Markov utilisés en traitement de l'image et leur simulation par échantillonneur de Gibbs. Méthodes numériques par chaînes de Markov. Présentation de la dynamique de Metropolis-Hasting-Green adaptée à la simulation sur des espaces d'états susceptibles d'avoir des dimensions différentes. Application à la simulation de processus ponctuels en image et au choix d'un modèle parmi un ensemble de modèles possibles.

Travaux dirigés : suivent le cours.

Travaux pratiques : mise en oeuvre des algorithmes du cours, simulations d'un processus ponctuel de Poisson homogène, d'un processus ponctuel de Strauss, d'un modèle de Potts.

Compléments de cours. —

Méthodes Stochastiques [18/18/12] CNU 25/26 (parcours MFA et MMAS) 6 ECTS

Descriptif. — Cet enseignement fait suite aux enseignements de Probabilités Générales et de Processus à temps Discret de première année. De manière thématique, il développe aussi bien du point de vue théorique que pratique les principales méthodes numériques requérant la simulation du hasard. Applications pratiques avec Scilab.

Prérequis : connaissances en Probabilités Générales, Processus à Temps Discret de M1.

Objectifs. — Maîtriser les méthodes stochastiques avancées couramment utilisées en recherche fondamentale ou appliquée et dans les entreprises.

Contenu détaillé. — Reprend les lignes fondamentales de l'enseignement Algorithmes Stochastiques des années précédentes sous une forme qui est ouverte aux deux parcours.

Compléments de cours. —

Mathématiques Fondamentales/Appliquées 1 [30/0/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Mathématiques Fondamentales/Appliquées 2 [30/0/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Mathématiques Fondamentales/Appliquées 3 [30/0/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Descriptif. — Ces trois cours de 30h chacun sont des introductions à des projets de recherche du Laboratoire de Mathématiques et Applications dans les thèmes suivants : Algèbre Effective et Calcul Formel ; Algèbres de Lie, de Poisson et systèmes intégrables ; Analyse harmonique sur les groupes de Lie ; Géométrie et Analyse Complexe ; Géométrie Algébrique Complexe ; Equations aux Dérivées Partielles et Applications ; Probabilités et Statistique.

Prérequis : une bonne connaissance du programme de la première année du parcours Mathématiques Fondamentales et Applications de ce Master.

Objectifs. — L'objectif de ce cours est d'introduire les outils nécessaires pour étudier les problèmes issus des projets de recherche dans le Laboratoire de Mathématiques et Applications.

Contenu détaillé. — L'un des sujets suivants sera traité : orbites et théorie des invariants, algèbres de Lie, algèbres enveloppantes et représentations, représentations des groupes de Lie réels ou p-adiques, analyse harmonique sur les groupes de Lie réels ou p-adiques, géométrie de Poisson, systèmes intégrables, géométrie algébrique, géométrie des singularités, géométrie analytique, analyse complexe en plusieurs variables, bases pour l'étude numérique et les simulations d'équations aux dérivées partielles, théorie générale des processus aléatoires, théorie des extrêmes, géométrie stochastique.

Outils professionnels 2 et culture d'entreprise [0/18/12] CNU 25/26/EXT (parcours MFA et MMAS) 3 ECTS

Descriptif. — Ce module de préparation à la vie professionnelle comporte 3 parties :

- droit social et droit du travail;
- propriétés intellectuelle et industrielle ;
- outils disciplinaires : initiation ou approfondissement d'un logiciel scientifique spécifique en relation avec le travail de stage de deuxième année, outils de recherche documentaire.

Objectifs. — Connaissances sur le droit social et le droit de travail. Valoriser, breveter, protéger une création de nature intellectuelle ou industrielle. Initiation ou approfondissement d'un logiciel scientifique en relation avec le travail de stage et professionnel ultérieur.

Contenu détaillé. — à préciser.

Compléments de cours. — /

QUATRIÈME SEMESTRE

Méthodologie liée au stage/gestion de projet [18/18/12] (parcours MMAS) 6 ECTS

Contenu détaillé. — Par défaut une méthodologie spécifique est proposée : bases de données avancées, gestion de bases de données sous Oracle ; compléments d'utilisation et de programmation d'un logiciel d'analyse statistique (SAS/R) ; problématique, langage et méthodes d'une profession recourant aux mathématiques (actuariat, assurances, banque, etc.).

Sous réserve de faisabilité (emplois du temps, organisation des formations), et d'adaptation pédagogique (nature des projets proposés), cette proposition par défaut sera remplacée par la « conduite de projet » proposée par la spécialité Informatique de la mention IMMT : dans le cadre d'un projet d'envergure, il s'agit de suivre une méthodologie de planification, d'évaluation des risques et des coûts afin de respecter l'ensemble des livrables d'un projet dans lequel seraient requises les compétences d'un ingénieur mathématicien. Les formats horaires, modalités de contrôle de connaissances seraient alors dans ce cas ceux de l'UE de la spécialité Informatique.

Objectifs. — Le propos de cette UE est d'apporter un complément technique ou organisationnel pointu à la formation générale des étudiants.

Méthodologie liée au stage [0/30/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 6 ECTS

Objectifs. — Travail en groupe. Méthodologie en recherche mathématique via la communication.

Contenu détaillé. — Cette partie de la PVP se déroule sous forme de séminaire de recherche entre les étudiants du S4 du master et un ou plusieurs enseignants-chercheurs du laboratoire de Mathématiques. Plus précisément un (ou plusieurs) enseignants-chercheurs du laboratoire de Mathématiques choisi(ssen)t un thème dans un livre ou dans un article de référence. Le thème est partagé entre les étudiants du semestre 4 du Master. Après avoir eu un temps suffisant (1 ou 2 semaines) pour y travailler et discuter avec l(es) encadrant(s) chaque étudiant expose sa partie du texte et tous les autres étudiants ainsi que le(s) chercheur(s) assiste(nt) à l'exposé d'environ 1h.

Stage/Projet de seconde année [0/0/0] CNU 25/26 (parcours MMAS) 24 ECTS

Descriptif. — Le stage de seconde année du parcours Modélisation Mathématique et Analyse Statistique se déroule prioritairement en entreprise, ou dans un laboratoire extérieur, mais peut aussi se dérouler exceptionnellement au sein du laboratoire de Mathématiques et Applications. La durée recommandée du stage est de 4 à 6 mois. Il donne lieu à un rapport et une soutenance orale.

Prérequis : préparation à la vie professionnelle suivie antérieurement et connaissances avancées ayant trait au sujet de stage.

Objectifs. — Connaissances avancées du secteur professionnel dans lequel s'est investi l'étudiant : tenants et aboutissants, savoirs techniques. Être capable d'occuper immédiatement un emploi d'ingénierie dans le secteur choisi.

Contenu détaillé. — Le stage de seconde année du parcours Modélisation Mathématique et Analyse Statistique a lieu une fois les enseignements et les examens du troisième semestre terminés. Il se déroule prioritairement en entreprise, ou dans un laboratoire extérieur, mais peut aussi se dérouler exceptionnellement au sein du laboratoire de Mathématiques et Applications.

La recherche du stage incombe intégralement à l'étudiant qui doit commencer ses démarches dans le courant du troisième semestre, si le stage n'est pas déjà déterminé auparavant, et informer l'équipe pédagogique de l'état de ses recherches. L'équipe pédagogique peut conseiller l'étudiant sur la forme et le fond de ses démarches, ainsi que sur le choix des entreprises ou laboratoires visés.

L'équipe pédagogique veille à ce que la nature du stage effectué soit cohérente avec la formation. La durée recommandée du stage est de 4 à 6 mois. Il donne lieu à un rapport et une soutenance orale. Le rapport réserve une place à la description de l'entreprise, sa nature, ses objectifs, ses besoins, sa structure. La description du sujet du stage, ou du travail à réaliser, doit être présenté en détail, en particulier lorsque la thématique abordée est nouvelle. Le travail réalisé doit être présenté de manière précise et détaillée mettant en avant les réalisations originales de l'étudiant en les comparant éventuellement à ce qui existait préalablement à son travail. L'étudiant est invité à exposer ses perspectives professionnelles immédiates et son projet de carrière future.

La notation du stage est réalisée à partir de la soutenance et du rapport faits par l'étudiant et de l'évaluation du maître de stage.

Compléments de cours. — /

Stage/Projet Long en laboratoire [0/0/0] CNU 25/26 (parcours MFA) 24 ECTS

Descriptif. — Rédaction d'un mémoire sur un thème de recherche. Le stage ou projet sera encadré par un enseignant du semestre 9 de ce parcours ou un membre habilité à diriger des recherches du Laboratoire de Mathématiques et Applications. Prérequis : le contenu du semestre 9 de ce parcours.

Objectif. — Se former à la recherche par la recherche.

Contenu détaillé. — Il s'agit de rédiger un mémoire à partir de la lecture d'un article de recherche récent, approfondissant, complétant ou simplifiant les démonstrations et les outils utilisés par l'auteur. Ce travail fait l'objet d'une soutenance.

MODALITÉS DE CONTRÔLE DE CONNAISSANCES POUR LE MASTER DE MATHÉMATIQUES

Modes de calcul

Remarque importante. — L'existence d'un examen terminal oblige l'existence d'un examen de seconde session.

MODALITÉS DE CONTRÔLE DE CONNAISSANCES MCC3/336B

- CC_1 = notes de « devoir à la maison », comptes rendus de travaux pratiques, etc., pondérées selon l'importance estimée par l'enseignant(-chercheur) de chacune d'entre elles.
- CC_2 = contrôle sur table de 3h généralement situé à mi-parcours dans l'enseignement ou le sous-enseignement et visible sur l'emploi du temps.
- E = Examen terminal de 4h, visible dans l'emploi du temps, se déroulant durant la période correspondante fixée par l'université.

La règle du sup n'est pas appliquée en première session, la note est alors simplement

$$\frac{3 \times CC_1 + 3 \times CC_2 + 6 \times E}{12} = \frac{CC_1 + CC_2 + 2 \times E}{4}.$$

Pour la seconde session, le report du contrôle continu signifie que la même règle de calcul sera utilisée en utilisant les notes CC_1 et CC_2 déjà obtenues et en remplaçant la note E par E' la note d'examen de seconde session. De plus, la règle du sup est alors appliquée :

$$\sup\left(\frac{3 \times CC_1 + 3 \times CC_2 + 6 \times E'}{12}, E'\right) = \sup\left(\frac{CC_1 + CC_2 + 2 \times E'}{4}, E'\right).$$

MODALITÉS DE CONTRÔLE DE CONNAISSANCES MCC3/138B

- CC_1 = devoir/compte rendu hors des heures présentes (« à la maison »).
- CC_2 = contrôle sur table de 3h généralement situé à mi-parcours dans l'enseignement et visible sur l'emploi du temps.
- E = Examen terminal de 4h, visible dans l'emploi du temps, se déroulant durant la période correspondante fixée par l'université.

La règle du sup n'est pas appliquée en première session, la note est alors simplement

$$\frac{1 \times CC_1 + 3 \times CC_2 + 8 \times E}{12}.$$

Pour la seconde session, le report du contrôle continu signifie que la même règle de calcul sera utilisée en utilisant les notes CC_1 et CC_2 déjà obtenues et en remplaçant la note E par E' la note d'examen de seconde session. De plus, la règle du sup sera alors appliquée :

$$\sup\left(\frac{1 \times CC_1 + 3 \times CC_2 + 8 \times E'}{12}, E'\right)$$

MODALITÉS DE CONTRÔLE DE CONNAISSANCES MCC3/66B

Ces modalités de contrôle de connaissances ne s'appliquent que pour les 3 UE de M2 MFA « Mathématiques Fondamentales/Appliquées ». Un contrôle sur table de 3h (coef. 6) sera proposé ainsi qu'un examen terminal de 3h (coef. 6). La règle du sup ne sera appliquée qu'en seconde session.

MODALITÉS DE CONTRÔLE DE CONNAISSANCES MCC2

Pour les modalités de contrôle de connaissances de type MCC2, l'évaluation se fait intégralement en contrôle continu, ce contrôle continu pouvant se faire sur la base d'écrits sur table, de comptes rendus ou de « devoirs à la maison », ainsi que d'oraux. Il appartient à l'enseignant-chercheur ou aux enseignants-chercheurs responsables de l'UE en question de définir leurs modalités d'évaluation en tenant compte des coefficients proposés.

Il n'y a pas de seconde session. En cas d'absence *justifiée* à une ou plusieurs épreuves, une unique épreuve de remplacement sera proposée à l'étudiant à la fin de l'UE. La note obtenue remplacera alors toutes les notes manquantes.

NOTA BENE

Dans les tableaux qui suivent, la colonne 2^eS précise si oui ou non une seconde session est proposée, la colonne rcc précise si oui ou non le contrôle continu est reporté en seconde session.

1. Premier semestre

Intitulé de l'UE	Parcours	MCC	CC ₁	CC ₂	CC ₃	CC ₄	E	sup1	2 ^e S	rcc	sup2
Probabilités Générales	MFA, MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Statistique Descriptive	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Analyse Hilbertienne	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Algorithmique et Bases de Données	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Analyse Fonctionnelle	MFA	3/138B	1	3	*	*	8	non	oui	oui	oui
Analyse Complexe	MFA	3/138B	1	3	*	*	8	non	oui	oui	oui
Théorie des Corps	MFA	3/138B	1	3	*	*	8	non	oui	oui	oui

Remarques. — a) L'UE « Algorithmique et Bases de Données » comporte deux parties. Les notes CC_1 , CC_2 , et E (ainsi qu'éventuellement E') sont établies en fonction de l'importance relative de chaque partie. Il n'est pas possible de valider une partie de cet enseignement sans en valider l'ensemble.

b) L'évaluation de la PVP et de l'anglais suit les règles communes à la mention IMMT.

2. Deuxième semestre

Intitulé de l'UE	Parcours	MCC	CC ₁	CC ₂	CC ₃	CC ₄	E	sup1	2 ^e S	rcc	sup2
Processus à temps discret	MFA, MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Statistique Inférentielle	MFA, MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Équations aux dérivées partielles/Équations différentielles ordinaires	MFA, MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Optimisation et Théorie des Graphes	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Courbes et Surfaces, Calcul Différentiel	MFA	3/138B	1	3	*	*	8	non	oui	oui	oui
Stage/Projet de première année	MFA, MMAS	4/12SP	12	*	*	*	*	non	non	*	*

Remarques. — a) L'UE « Optimisation et Théorie des Graphes » comporte deux parties. Les notes CC_1 , CC_2 , et E (ainsi qu'éventuellement E') sont établies en fonction de l'importance relative de chaque partie. Il n'est pas possible de valider une partie de cet enseignement sans en valider l'ensemble.

b) L'évaluation du projet/stage et de l'anglais suit les règles communes à la mention IMMT.

3. Troisième semestre

Intitulé de l'UE	Parcours	MCC	CC ₁	CC ₂	CC ₃	CC ₄	E	sup1	2 ^e S	rcc	sup2
Processus à temps continu	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Statistique Avancée	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Cours de Spécialisation	MMAS	3/336B	3	3	*	*	6	non	oui	oui	oui
Méthodes Stochastiques	MFA, MMAS	2/3333A	3	3	3	3	*	non	non	*	*
Mathématiques Fondamentales/Appliquées 1	MFA	3/66B	6	*	*	*	6	oui	oui	oui	oui
Mathématiques Fondamentales/Appliquées 2	MFA	3/66B	6	*	*	*	6	oui	oui	oui	oui
Mathématiques Fondamentales/Appliquées 3	MFA	3/66B	6	*	*	*	6	oui	oui	oui	oui

Remarques. — a) L'UE « Méthodes Stochastiques » est évaluée par 4 notes de contrôle continu d'égale importance, chacune de ces notes étant établie selon l'estimation de l'enseignant-chercheur responsable du thème (3 ou 4 thèmes) développé dans cette UE, la quatrième pouvant porter sur la synthèse de ce qui a été présenté.

b) L'évaluation de la PVP et de l'anglais suit les règles communes à la mention IMMT.

4. Quatrième semestre

Intitulé de l'UE	Parcours	MCC	CC ₁	CC ₂	CC ₃	CC ₄	E	sup1	2 ^e S	rcc	sup2
Méthodologie liée au stage/Gestion de projet	MMAS	2/3333A	3	3	3	3	*	non	non	*	*
Méthodologie liée au stage	MFA	3/66B	6	*	*	*	6	non	oui	*	*
Stage/Projet de deuxième année	MFA, MMAS	4/12SP	12	*	*	*	*	non	non	*	*

Responsable du Master : Alessandra SARTI