Quelques applications de la théorie des grandes déviations.

Cette thèse propose plusieurs applications de la théorie des grandes déviations.

Nous étudions d'abord un modèle de dénaturation de l'ADN proposé par Benham. C'est un modèle de spin 1-dimensionnel en champ extérieur hétérogène. Sous certaines hypothèses sur le champ extérieur, nous prouvons un principe de grandes déviations pour la dénaturation, et en déduisons une loi des grands nombres. Nous explicitons la valeur limite de la dénaturation en fonction de certains paramètres (température, superhélicité etc.).

Dans une seconde partie, nous nous intéressons à un algorithme génétique de sélection-mutation en population infinie sur $\mathbb{Z}$. Nous rattachons ce problème à un modèle de marche pondérée construit à partir de la marche simple sur $\mathbb{Z}$ en affectant chaque trajectoire d'un poids donné par une fonctionnelle multiplicative. Nous prouvons un principe de grandes déviations fonctionnel pour la marche pondérée et en déduisons le comportement asymptotique de l'algorithme génétique.

Enfin, nous introduisons une nouvelle modélisation des structures de données, généralisant le modèle markovien étudié par Flajolet, Louchard ... Afin de permettre une inhomogénéité temporelle dans le modèle markovien, nous introduisons les marches aléatoires dynamiques définies par Guillotin et définissons le modèle dynamique de structures de données. Nous démontrons un principe de grandes déviations fonctionnel pour le processus de taille des structures de données dynamiques et en déduisons une loi des grands nombres fonctionnelle.

Mots-clés : Grandes déviations ; Méthode de Laplace ; Dénaturation de l'ADN ; Algorithme génétique ; Structure de données ; Marche aléatoire dynamique.

Some applications of large deviations theory.

In this dissertation, we present some applications of large deviations theory.

A stochastic model for DNA denaturation is studied in a first part. This is a 1-dimensional spin model in inhomogeneous field proposed by Benham. Under suitable conditions on the external field, we prove a large deviations principle for denaturation and also deduce a law of large numbers. The limit denaturation is explicited as a function of several parameters (temperature, superhelicity etc.).

In a second part, we focus on a selection-mutation algorithm with infinite population evolving in the set of integers. The weighted random walk model is closely related to this algorithm : to each path of the simple random walk is assigned a weight given by a multiplicative functional. We prove a functional large deviations principle for the weighted random walk and deduce the genetic algorithm's long time behaviour.

The last part is devoted to a new modelisation of data structures, which is a generalisation of the markovian model studied by Flajolet, Louchard ... We introduce a temporal inhomogeneity in the model thanks to the dynamic random walks studied by Guillotin and we define the dynamic model for data structures. We prove a functional large deviations principle for the size process and a functional law of large numbers.

Key words : Large Deviations ; Laplace Method ; DNA Denaturation ; Genetic Algorithm ; Data Structures ; Dynamic Random Waks.