ERRATA, première édition

Page 10, *exercice 40, question 3c, il faut lire* :
Montrer que pour tout entier $n > 0$, on a

$$\varphi(n) = \sum_{d|n} \varphi(d).$$

Page 16, *correction de l'exercice 16, deuxième équation* :
$20x + 15y + 45z = 175 \Leftrightarrow 4x + 3y + 9z = 35$. Or, $-4 \times 2 + (-3) \times 3 + 2 \times 9 = 1$. Donc,

$$\begin{cases} 4 \times (-70) + 3 \times (-105) + 9 \times 70 = 35 \\ 4x + 3y + 9z = 35 \end{cases}$$

En soustrayant la deuxième de la première, on obtient

$$4(-70 - x) + 3(-105 - y) + 9(70 - z) = 0$$

Donc, 3 divise $70 + x$ puisque 4 et 3 sont premiers entre eux. D'où

$$x = -70 + 3\alpha$$

4 divise $(y + 105) + 3(z - 70)$ pour la même raison et

$$(y + 105) + 3(z - 70) = 4\beta$$

et il est facile de voir que $\beta = -\alpha$. On a donc finalement

$$x = -70 + 3\alpha, y + 3z = -4\alpha + 105$$

On a donc au moins une solution, par exemple avec $\alpha = 0$, cela donne $(-70, 95 - 3z, z)$. Si on prend $z = 0$, on obtient $(-70, 105, 0)$. Et on peut vérifier que ce triplet répond à la question.
Et on a bien $-280 + 285 - 9z + 9z = 35$ ceci quelque soit z.
Il y a donc une infinité de solutions.

Chapitre 1, *Correction de l'exercice 24.* Il manque des solutions. Les nombres p qui conviennent sont $p = 0 \pmod{100}, p = 12 \pmod{100}, p = 88 \pmod{100}, p = 38 \pmod{100}$ et $p = 62 \pmod{100}$.

Page 21, *fin de la correction de l'Exercice 34 (Problème du cuisinier chinois)* :

Les solutions de
$x = 37 \pmod{187}$
$x = 5 \pmod{6}$
sont $x = -5947 + 35904\gamma + 1122\alpha$. La plus petite quantité que peut espérer récupérer le cuisinier chinois est donc 785 pièces d'or (qui est l'unique solution plus petite que 17.11.6).

Page 28,

- *4 ème ligne, la formule est la suivante :* $\sigma(n) = \sigma(2^p - 1)\sigma(2^{p-1})$.
- *6 ème ligne, il faut lire :* $\sigma(2^{p-1}) = 1 + 2 + \cdots + 2^{p-1} = \frac{1-2^p}{1-2} = 2^p - 1$.
- *dernière ligne, il faut lire :* $n = 2^t m$, avec $m = 2^{t+1} - 1$ premier, ce qui est l'écriture désirée.

Page 70, *Correction de l'exercice 1.* Il y a deux matrices égales dans la liste. Les éléments de $\mathrm{GL}(2, \mathbf{Z})$ sont

$$\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{0} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ \bar{0} & \bar{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{0} & \bar{1} \\ \bar{1} & \bar{1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{1} & \bar{1} \end{pmatrix}$$

Page 116, *cinquième ligne du* **3.** (*a*), *il faut lire* :
$s \in \mathrm{S}_p$, $s\sigma s^{-1} = (s([0]), s([1]), \ldots, s([p-1])) \ldots$

Page 127, *Exercice 21, 3. : cette question s'énonce ainsi.*
Montrer que tout élément λ de A_n peut s'écrire sous la forme $\lambda = t_{i_1} t_{i_2} \ldots t_{i_r}$, où chaque t_{i_j} est dans G_{i_j}.

Page 134, *solution 14, question 3, il faut lire* :
Supposons que σ et σ' sont deux permutations conjuguées. On a donc $\sigma' = g\sigma g^{-1}$ où $g \in S_n$.

Page 135, *solution 16, question 2 a, il faut lire* :
Soit i, j et k deux à deux distincts et supérieurs ou égaux à 3.

Page 142, *Solution 21, 3. : il faut compléter la correction.*
Soit $\lambda \in A_n$; λ est un produit d'un nombre pair de transpositions et s'écrit donc

$$\lambda = t_{i_1} t_{i_2} \ldots t_{i_r}$$

où chaque t_{i_j} est un produit de deux transpositions.
Le support de chaque t_{i_j} contient au plus 4 éléments, donc $t_{i_j} \in G_{i_j}$ pour un i_j extérieur à ce support. Ce qui prouve la propriété demandée. Ce qui prouve que $A_n \subset H \subset G$. Donc, $A_n = H$.

Page 135, *Solution 16, 2.a) : il faut compléter la correction.*
Soit i, j, et k deux à deux distincts et supérieurs ou égaux à 3.

$$(i\ j\ k) = (1\ 2\ i)(2\ j\ k)(1\ 2\ i)^{-1}$$

$$(2\ j\ k) = (1\ 2\ j)(1\ 2\ k)(1\ 2\ j)^{-1}$$

Pour $i = 1$, on remarque que

$$(1\ j\ k) = (1\ 2\ 3)^{-1}(2\ j\ k)(1\ 2\ 3)$$

et on conclut en utilisant le résultat précédent. Le cas $i = 2$ est résolu aussi ci-dessus. Il n'y a pas d'autres cas à regarder.

Le reste de la démonstration, telle qu'elle se trouve P.135, s'applique.

Page 159, *paragraphe 6. à partir du deuxième "ou encore", il faut lire* :
ou encore, si Y est la matrice des coordonnées de $\varphi(M)$ dans le repère $(O, \mathcal{B})$, X celle des coordonnées de M, B celle des coordonnées de $\varphi(O)$ et A la matrice de f dans la base $\mathcal{B}$,

$$Y = AX + B.$$

Page 159, *deuxième ligne du dernier théorème (troisème ligne depuis le bas de la page), il faut lire* :
il existe une unique application affine φ de partie linéaire f ...

Page 199, *dernière ligne, il faut lire* :

$$\varphi(1_A) = 1_B \text{ si } \varphi \text{ n'est pas l'application nulle.}$$

Page 216, *question 3, pour montrer que A est intègre, il faut rédiger comme suit.*
Si $xy = 0$, deux cas se présentent.

- ou $x \in P$ et, ou bien $x - y \in P$, ce qui implique que $(x - y)y = -y^2 \in P$, d'où $y = 0$ car $y^2 \in P$ d'après la règle des signes ; ou bien $y - x \in P$ et $(y - x)x = -x^2 \in P$, d'où $x = 0$ car $x^2 \in P$ d'après la règle des signes ;
- ou $x \in -P$ et, ou bien $x - y \in -P$, ce qui implique que $(x - y)y = -y^2 \in P$ (d'après la règle des signes), d'où $y = 0$ car $y^2 \in P$ d'après la règle des signes ; ou bien $y - x \in -P$ et $(y - x)x = -x^2 \in P$ (d'après la règle des signes), d'où $x = 0$ car $x^2 \in P$ d'après la règle des signes

Page 228, *première ligne de la solution 38 : il faut lire*
Soit un élément a non inversible de A ;

Page 246, *énoncé de l'exercice 10 (Un théorème de Marcel Riesz) : la question* **2.** *(a) s'énonce ainsi*
Montrer que $y_k \in]x_k, x_{k+1}[$ et que $y_k + d \in]x_{k+1}, x_{k+2}[$.

Page 288, *l'énoncé de l'exercice 15 est le suivant*
Soit K $= \mathbf{Q}(i)$ Montrer que les polynômes $X^2 - 2$ et $X^3 - 3$ sont irréductibles sur K.