

OFFRE DE STAGE EN MATHÉMATIQUES

Processus de diffusion et

Modèle de marche aléatoire

- **Durée du stage rémunéré** : 3/4 mois, entre avril et juillet 2024

Lieu :

Laboratoire des Sciences de l'Ingénieur pour l'Environnement, Université de La Rochelle et

Laboratoire de Mathématiques et Applications, Université de Poitiers

Pour candidater, envoyez votre CV et vos relevés de notes de Licence et Master à :

aelhamid@univ-lr.fr et yousri.slaoui@univ-poitiers.fr

CONTEXTE DU STAGE

Le Laboratoire de Mathématiques et Applications (LMA) de l'université de Poitiers et du CNRS (UMR 7348) développe un programme d'étude et de recherche à l'interface entre la Statistique et la psychologie. Un financement de stage de recherche de niveau master (M1 ou M2) a été obtenu pour ce sujet dans le cadre d'un projet MIRES.

Vous serez encadré(e) par Abdallah El Hamidi (maître de conférences HDR, spécialiste en analyse des équations aux dérivées partielles) et Yousri Slaoui (maître de conférences HDR, spécialiste en Statistique et Probabilités).

PROFIL ET COMPETENCES RECHERCHÉES

- On recherche un(e) étudiant(e) issu(e) d'un master 1 ou master 2 en mathématiques appliquées, ayant suivi des cours avancés en probabilité et statistique. Des connaissances du langage Python et langage R sont souhaitables.
- Capacité à travailler en collaboration, prise d'initiative, autonomie.

PRESENTATION DÉTAILLÉE DU SUJET

Les processus de diffusion dans les matériaux sont induits par la migration de défauts ponctuels à l'échelle atomique. Il est possible de décrire ces sauts atomiques comme étant des processus de Markov stochastiques et discrets.

Le passage au continu est alors communément modélisé par la résolution de l'équation d'advection-diffusion. Cela s'applique lorsque les processus discrets peuvent être décrits par des pas de temps et d'espace fixes. Cependant cette description atteint ses limites lorsque les mécanismes de diffusion élémentaires deviennent complexes et sont dominés par l'interaction entre les défauts, i.e. au voisinage d'interfaces (surfaces, interfaces, joints de grains) ou de défauts linéaires (dislocations). Cela peut provoquer une anisotropie en espace et une variation en temps qui se traduit par une accélération ou un ralentissement de la diffusion dans certaines directions de l'espace. Partant d'un

processus stochastique de Poisson en temps (tenant compte de l'anisotropie spatiale), on peut aboutir à une loi de Pareto.

A partir du modèle de marche aléatoire en temps continu (Montroll et Weiss 1965) qui peut également être considéré comme un processus de renouvellement composé, on porte notre intérêt sur les marches aléatoires dans lesquelles les distributions de probabilité des temps d'attente et des sauts ont de « longues traînes » caractérisées par des lois de puissance avec un exposant compris entre 0 et 1 pour les temps d'attente et entre 0 et 2 pour les sauts (spatiaux).

Etant donné que les fonctions de distribution satisfont à des équations de type convolution en espace et en temps, il est plus aisé de résoudre ces équations à travers leurs transformées de Laplace (en temps) et de Fourier (en espace). En outre, les théorèmes Tauberiens appliqués aux fonctions de distribution permettent d'avoir les comportements asymptotiques à l'origine de leurs transformées de Laplace et de Fourier ; ce qui permet d'unifier les processus discrets et continus.

On peut montrer que par un passage à la limite, via un changement d'échelle en espace et en temps adéquat, on aboutit au système de diffusion limite qui est fractionnaire en temps et en espace. L'équation d'évolution correspondante est une équation linéaire pseudo-différentielle partielle avec dérivées fractionnaires en temps et en espace, les ordres étant égaux aux exposants des distributions de probabilité décrites précédemment. De tels processus jouissent d'une popularité croissante dans les applications en physique, chimie, finance et d'autres domaines, et leur comportement peut être bien simulé et visualisé par simulation via différents types de marches aléatoires. Pour leur solutions explicites, il existe des représentations intégrales qui permettent de d'étudier leur structure. Dans le cadre de ce projet, nous nous limitons aux processus symétriques (en espace) et indépendants des temps d'attente.

Vos missions sont les suivantes :

- Étudier les différents processus stochastique présent dans ce sujet de stage.
- Simuler l'ensemble de ces processus via différents types de marches aléatoires.
- Application sur des données réelles en physique et/ou en Finance.

A l'issue du stage, vous remettrez un rapport détaillé, rédigé en LaTeX.